(Aus dem physiologischen Institut der Universität Breslau.)

Betrachtungen über die theoretischen und praktischen Bestrebungen, Instrumente zur Registrierung der im Kreislauf auftretenden Druckschwankungen herzustellen.

Von

K. Hürthle.

Experimentalkritik der Frank'schen Theorie der elastischen Manometer.

Von

K. Hürthle.

(Mit 2 Textfiguren und Tafel I und II.)

Die Prüfung der Manometer mit Druckschwankungen von bekannter Form.

Von

K. Hürthle.

(Mit 3 Textfiguren und Tafel III.)

Technische Mitteilungen.

Von

K. Hürthle.

(Mit 2 Textfiguren.)

Kritische Randglossen zu den theoretischen Untersuchungen von O. Frank über Manometer.

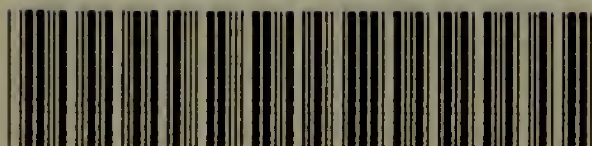
Von

Clemens Schaefer.

(Mit 3 Textfiguren.)

Bonn, 1910.
Separat-Abdruck aus dem Archiv für die ges. Physiologie Bd. 137.
Verlag von Martin Hager.

C.


22900275851

(Aus dem physiologischen Institut der Universität Breslau.)

Betrachtungen über die theoretischen und praktischen Bestrebungen, Instrumente zur Registrierung der im Kreislauf auftretenden Druckschwankungen herzustellen.

Von

K. Hürthle.

Zu den folgenden Betrachtungen veranlassen mich einige Behauptungen, welche sich in einer Ende März erschienenen Abhandlung von O. Frank[1]) finden.

Zunächst fordert der folgende, ohne jeden Beleg vorgebrachte Satz zu einer Verfolgung der Tatsachen heraus: „Die Geschichte dieser Bestrebungen zeigt, dass ohne den Leitfaden der Theorie nur planloses Arbeiten stattfindet.“

Sucht man zunächst den Satz aus der Geschichte des Sphygmographen zu begründen, so hat Marey[2]) sein erstes Instrument im Jahre 1860 beschrieben. Zwei Jahre später hat Mach[3]) gerade mit Rücksicht auf den Marey'schen Sphygmographen eine Theorie der Wellenzeichner aufgestellt, welche bis heute die Grundlage aller theoretischen Untersuchungen auf diesem Gebiete geblieben ist, und hat an der Hand derselben auch eine experimentelle Prüfung des Instrumentes vorgenommen; sein Urteil über den Marey'schen Sphygmographen lautet (S. 170): „Es herrschen demnach an dem Instrumente die Verhältnisse, welche durch die Theorie als günstige dargestellt werden.“ Schon dieses Beispiel würde genügen, um die Unrichtigkeit der Frank'schen Behauptung darzutun. Marey hat seinen Sphygmographen nach mechanisch richtigen Prinzipien konstruiert, bevor eine mathematische Theorie dieser Instrumente aufgestellt war.

---

1) O. Frank, Prinzipien usw. Zeitschr. f. Biol. Bd. 53 S. 430.
2) Marey, Journ. de la Physiol. t. 3 p. 241.
3) Mach, Sitzungsber. d. Wiener Akad. Bd. 46 (2) S. 157. 1862.

Gehen wir über zur Geschichte der elastischen Manometer, so verdanken wir ihre Einführung und eine fortschreitende Verbesserung derselben Ad. Fick[1]). Er hat sein erstes Instrument, das Bourdon'sche Hohlfedermanometer, nicht auf Grund der mathematischen Theorie konstruiert, wohl aber hat er das Instrument mit den Forderungen der Theorie verglichen (S. 584): „Man wird bemerken, dass mein Instrument ungefähr den Anforderungen entspricht, die Mach nach seinen theoretischen Betrachtungen an einen Wellenzeichner stellt"; doch sagt er auf der vorhergehenden Seite: „Ein entscheidendes Wort kann aber lediglich eine Experimentalkritik sprechen;" eine solche wurde mit künstlichen Druckschwankungen von bekannter Form vorgenommen.

Später hat Fick die Bourdon-Röhre durch das Flachfeder-Manometer ersetzt und zur Übertragung des Druckes von der Arterie auf das Manometer an Stelle von Wasser Luft benützt. Die Verbesserung dieses Instrumentes gegenüber dem ersten bestand einerseits in einer Erhöhung der elastischen Kraft der Feder, andrerseits in einer Verminderung der schwingenden Massen, welche durch Luftübertragung erzielt war.

Diese Verbesserung ist ohne Zweifel insofern im Einklang mit der mathematischen Theorie, als diese möglichst grosse elastische Kraft und möglichst geringe Masse verlangt, widerspricht aber der auch später noch übersehenen Voraussetzung der Theorie, dass die bewegte Masse durch einen Massenpunkt ersetzt werden kann und sich als Ganzes bewegt. Diese Voraussetzung kann, wie in der folgenden Abhandlung gezeigt wird, bei einer inkompressiblen Flüssigkeit innerhalb gewisser Grenzen als erfüllt betrachtet werden, gilt aber offenbar nicht mehr für ein System von flüssigen und gasförmigen Substanzen.

Im Jahre 1886 habe ich selbst eine vergleichende experimentelle Prüfung der damals für physiologische Zwecke gebrauchten Druckmesser mit dem Ergebnis angestellt[2]), dass die verschiedenen Instrumente sich wesentlich durch die Grösse der Flüssigkeitsverschiebung unterscheiden, welche sie zum Ausgleich einer bestimmten Druckdifferenz beanspruchen, dass die Grösse dieser Flüssigkeitsmenge ein Kriterium für ihre Leistungsfähigkeit und dasjenige Manometer das beste sei, welches zur Erzeugung eines bestimmten

1) Ad. Fick, Arch. f. Anat. u. Physiol. 1864 S. 583.

2) Hürthle, Pflüger's Arch. Bd. 43 S. 399.

hydrostatischen Druckes die kleinste Flüssigkeitsverschiebung oder den geringsten Aufwand an Arbeit erfordert.

Ersetzt man daher einen Teil der inkompressiblen Flüssigkeit, welche den Druck von der Arterie auf das Manometer überträgt, durch Luft, so wird der Vorteil, welchen die Verminderung der schwingenden Masse mit sich bringt, durch die starke Vermehrung der am Manometer zu leistenden Arbeit überwogen, welche eine Folge der Kompressibilität der Luft ist, und das Manometer wird zu träge, um raschen Druckschwankungen zu folgen.

Weiterhin enthält meine Abhandlung eine Untersuchung über den Einfluss der Länge, des Querschnittes und des spezifischen Gewichtes der übertragenden Flüssigkeitssäule auf die Leistungen des „Gummimanometers"; aus dieser ergab sich „die praktische Regel, die Verbindungsstücke zwischen Arterie und Manometer nicht zu lang und hinlänglich weit zu nehmen" und eine Flüssigkeit von geringem spezifischen Gewicht zu wählen.

Diese experimentell gewonnenen Ergebnisse sind nun, wie im folgenden gezeigt wird, von der Theorie vollkommen bestätigt worden, und die allgemeinen Überlegungen und systematischen Prüfungen, welche zu ihrer Auffindung geführt haben, können daher doch wohl nicht als „planloses Arbeiten" bezeichnet werden.

Gehen wir nun über zu den durch theoretische Untersuchungen erzielten Fortschritten, so ist es ein unbestreitbarer Fortschritt und ein Verdienst Frank's, die Mach'sche Theorie der Wellenzeichner auf die elastischen Manometer übertragen und damit die quantitative Bedeutung der einzelnen Faktoren festgestellt zu haben, welche auf die Leistungen der Manometer von Einfluss sind. Die Theorie führt aber zu dem Ergebnis, dass dies die nämlichen Faktoren sind, deren Bedeutung ich früher auf experimentellem Wege festgestellt hatte, wie die folgende Betrachtung zeigt: als Maßstab für die Güte der Instrumente dient die Dauer der Eigenschwingung T oder ihr reziproker Wert, die Schwingungszahl $N = \frac{1}{T}$; dieser Wert wird durch die Faktoren 1) Elastizitätskonstante des Manometers E' und 2) Querschnitt Q, Länge L und spezifisches Gewicht s der übertragenden Flüssigkeitssäule in der aus der Formel

$$T = 2\,\pi \sqrt{\frac{L \cdot s}{Q\,E'}}$$

ersichtlichen Weise beeinflusst, d. h. die Schwingungszahl N oder die Güte des Instrumentes ist direkt proportional der Wurzel aus der Elastizitätskonstanten und dem Querschnitt, umgekehrt proportional der Wurzel aus der Länge und dem spezifischen Gewicht der Flüssigkeitssäule. Die „Elastizitätskonstante" des Manometers ist aber nichts anderes als der reziproke Wert der „zur Erzeugung eines bestimmten hydrostatischen Druckes notwendigen Flüssigkeitsverschiebung", denn sie wird definiert als der „Zuwachs des hydrostatischen Druckes, dividiert durch die ihn erzeugende Volumverschiebung".

Wir sehen also, dass die Forderungen der Theorie in vollem Einklang mit meinen vor ihrer Ausbildung auf experimentellem Wege aufgestellten Sätzen sind, und dass die historischen Tatsachen sowohl beim Sphygmographen wie bei den elastischen Manometern gerade den umgekehrten Gang der Wissenschaft erkennen lassen, wie ihn Frank darstellt. Man kann daher fragen, ob Frank zur Aufstellung seiner Differentialgleichung gekommen wäre, wenn er nicht durch meine experimentellen Ergebnisse auf die integrierenden Faktoren hingewiesen worden wäre; denn die Frank'sche Differentialgleichung ist aus der Mach'schen durch Einführung des Prinzips der Volumverschiebung $\left(E' = \frac{\Delta p}{\Delta v}\right.$ an Stelle von $\left.E = \frac{\Delta P}{\Delta x}\right)$[1] abgeleitet und „die wichtige und äusserst merkwürdige Folgerung", welche sich aus der Frank'schen Formel $T = 2\pi \sqrt{\frac{L \cdot s}{Q\,E'}}$ ergibt, „dass die Schwingungsdauer der Wurzel aus dem Querschnitt **umgekehrt** proportional ist"[2], rührt einzig und allein von der Definition des E' her, wie die Betrachtung Cl. Schaefers[3] zeigt. Der durch die Theorie erzielte Fortschritt beruht also auf der Einführung eines Prinzips in die Mach'sche Gleichung, welches zuerst experimentell als maßgebend für die Leistung der Manometer und als fruchtbar erwiesen worden war.

Die vorliegende Darstellung der Bestätigung der Ergebnisse des Experiments durch die Theorie steht aber offenbar in Widerspruch mit dem absprechenden Urteil, welches Frank an zwei Stellen

---

1) $P = pQ$.

2) O. Frank, Kritik S. 481.

3) Cl. Schaefer, Kritische Randglossen usw. Pflüger's Arch. Bd. 137 S. 250.

seiner Abhandlungen über das von mir aufgestellte Kriterium für die Güte der Manometer ausgesprochen hat[1]:

„Hier weise ich nochmals darauf hin, dass das von Hürthle aufgestellte Kriterium sich auch nach meinen jetzigen Entwicklungen als falsch erwiesen hat, wie ich schon in »der Theorie des Kolbenmanometers« S. 476 vorausgesagt habe. Nach ihm soll dasjenige Manometer das beste sein, bei dem die Flüssigkeitsmenge, die das Manometer zur Ausgleichung einer bestimmten Druckdifferenz erfordert, die geringste ist."

Woher rührt dieser Widerspruch?

Zunächst ist klar, dass auch Frank der Meinung sein muss, die am Manometer zu leistende Arbeit müsse möglichst klein sein; denn das folgt aus der Gleichung $T = \sqrt{\frac{1}{E}}$. Das Urteil Frank's kann also nur darauf bezogen werden, dass ich bei der Anwendung des Prinzips in einem Spezialfalle einen Fehler gemacht hätte. Tatsächlich gilt dieses Urteil dem Hebelmanometer und gründet sich darauf, dass Frank die Beziehung berechnet hat, welche zwischen dem Trägheitsmoment des Schreibhebels und der wirksamen Masse der Flüssigkeit bestehen muss, wenn das Manometer zweckmässig konstruiert sein soll. Diese Berechnung hat ergeben, dass der von mir gewählte Durchmesser der Membran von 7 mm zu klein sei. Der an die Berechnung geknüpfte Satz[2]: „Hiermit haben wir ein, wie ich glaube, sehr wichtiges Faktum für die Beurteilung der Leistungen eines Hebelmanometers festgestellt", erweckt den Eindruck, diese Beziehung sei von Frank entdeckt worden, und ich sei der Meinung gewesen, die Flüssigkeitsverschiebung im Manometer könne beliebig verkleinert werden. Das ist aber durchaus nicht der Fall, und ich werde zeigen: 1. dass der erforderliche Membranquerschnitt experimentell von mir festgestellt, und 2. dass die Frank'sche Kritik auch in quantitativer Hinsicht unberechtigt ist und auf einer Nichtbeachtung experimentell feststellbarer Tatsachen beruht.

Allerdings kann der von Frank zitierte Satz missverstanden werden, aber nur deshalb, weil Frank die wesentliche Determina-

1) O. Frank, Dynamik. Zeitschr. f. Biol. Bd. 50 S. 318, und Kolbenmanometer. Zeitschr. f. Biol. Bd. 45 S. 469.

2) O. Frank, Kolbenmanometer. Zeitschr. f. Biol. Bd. 45 S. 469.

tion weglässt, die ich ihm beigegeben habe; der vollständige Satz lautet nämlich [1]):

„Dasjenige Manometer ist also das beste, welches zur Erzeugung eines bestimmten hydrostatischen Druckes den geringsten Aufwand von Arbeit erfordert und in seinen Bewegungen durch die Schreibvorrichtung nicht gestört wird.“

Was unter dieser Störung zu verstehen ist, wird auf den vorhergehenden Seiten (412—415) ausführlich auseinandergesetzt; ich entnehme daraus das Folgende: „Wenn man nun das Prinzip, welches sich aus den bisherigen Versuchen ergibt, nämlich die Leistungsfähigkeit des Manometers durch Verkleinerung der Flüssigkeitsverschiebung zu erhöhen, möglichst weit durchzuführen versucht, so kommt man an eine Grenze, die nicht überschritten werden kann; diese Grenze wird gesetzt durch die Art und Weise, wie wir die Bewegungen desjenigen Teiles der manometrischen Vorrichtung, welcher sich mit dem Blutdrucke ins Gleichgewicht zu setzen hat, zur Darstellung bringen, wie wir in specie die Bewegungen der Membran des Gummimanometers oder die der Stahlfeder des Federmanometers registrieren; wir bedienen uns hierzu einer vergrössernden Hebelvorrichtung.“ . . .

Nun wird auseinandergesetzt, dass die zur Registrierung des Hebels erforderliche Kraft und damit auch die Flüssigkeitsverschiebung im Manometer nicht unter ein bestimmtes Maß sinken darf.

„Aus diesen Betrachtungen ergibt sich, dass die beiden möglichen Wege, den Flüssigkeitswechsel zu beschränken, an eine Grenze führen, vorausgesetzt, dass man für einen Druckwert eine bestimmte Ordinatenhöhe beibehalten will.“ . . .

„Wollte man sich bemühen, durch noch geringere Flüssigkeitsverschiebung etwa weitere Einzelheiten an der Form der Druckkurve zu erkennen, so könnte man dies vielleicht durch Verwendung geringerer Hebelvergrösserung mit nachfolgender optischer Vergrösserung der gezeichneten Kurven erreichen; oder aber müsste man daran denken, die durch die Schreibevorrichtung eingeführte Störung ganz zu beseitigen, was z. B. durch Verwendung eines Licht-

---

1) Hürthle, Pflüger's Arch. Bd. 43 S. 415. Auch im Original gesperrt gedruckt.

hebels möglich wäre, der durch ein an der Stahlfeder befindliches Spiegelchen aus seiner Bahn abgelenkt würde."

Auch in späteren Abhandlungen bin ich auf die Beziehung zwischen dem Querschnitt der Manometer-Membran und der Hebelvergrösserung zurückgekommen, ausführlich in der vierten[1]).

Aus diesen Stellen geht in unzweifelhafter Weise hervor, dass ich niemals der Meinung war, die Flüssigkeitsverschiebung im Manometer könne beliebig verkleinert werden, dass ich vielmehr selbst experimentell die Grenze bestimmt habe.

Es kommt nun die zweite Frage, ob meine experimentelle Bestimmung des Membran-Querschnittes mit einem Fehler behaftet ist und der theoretischen weichen muss. Die Antwort lautet: Neue, auf diesen Punkt gerichtete und in den folgenden Abhandlungen mitgeteilte Untersuchungen haben ergeben, dass der von mir experimentell festgestellte Membranquerschnitt sowohl nach der Schwingungsmethode[2]), also auf Grund der Ergebnisse der Theorie untersucht, als auch bei der Prüfung mit künstlichen Druckschwankungen[3]) sich als der vorteilhafteste erweist und nur in einem in der Praxis kaum vorkommenden Spezialfalle[4]) ein etwas grösserer Querschnitt vorzuziehen wäre. Ich weise daher die Frank'sche Kritik meiner Hebelmanometer als unbegründet zurück und stelle fest, dass auch in diesem Punkte die zweckmässige Konstruktion auf experimentellem Wege gefunden worden ist.

Schliesslich muss bei der Vergleichung der durch Experiment und Theorie erzielten Fortschritte auf dem Gebiet der Wellenzeichner erwähnt werden, dass die Theorie in falscher Auslegung ihres Kalkuls sich gegen eine Massnahme ausgesprochen hat, welche das Experiment als vorteilhaft für den Gebrauch der Manometer erweist: ich meine die Dämpfung. Der in der folgenden Abhandlung (Abschnitt C II, 3 S. 201) eingehender geschilderte Widerspruch zwischen Theorie

---

1) Hürthle, Pflüger's Arch. Bd. 47 S. 14. — In einer späteren Abhandlung (Pflüger's Arch. Bd. 49 S. 42) habe ich allerdings die erwähnte Determination des Satzes weggelassen; aus dem ganzen Zusammenhang geht aber hervor, dass ich sie nicht aufgegeben hatte; denn es handelte sich um die Frage, ob die durch Verwendung des Lufttransports am Manometer veranlasste Vergrösserung der Flüssigkeitsverschiebung wesentlich oder unwesentlich sei für die Leistungen des Manometers.

2) Siehe die folgende Abhandlung, Abschnitt G.

3) Siehe die übernächste Abhandlung S. 225.

4) Siehe S. 223.

und Experiment hat erst durch die Betrachtung Cl. Schaefer's[1]) eine befriedigende Lösung gefunden.

Das Experiment ist eben, sei es, dass es im Rahmen einer gegebenen Theorie sich bewegt oder auf eigenen Pfaden wandelt, die entscheidende Instanz; denn jede Theorie muss für den einzelnen Fall richtig interpretiert werden, und jede Theorie macht Fehler, weil sie sich auf vereinfachenden, mit der Wirklichkeit nicht ganz übereinstimmenden Voraussetzungen aufbaut; ihre Ergebnisse müssen daher durch das Experiment immer von neuem korrigiert und der Wirklichkeit näher gebracht werden. Auch kommen bisweilen wichtige Punkte in einer unter bestimmten Voraussetzungen richtigen mathematischen Theorie nicht zum Ausdruck. Eine Reihe von Forschern hatte sich mit der Anwendung der Mach'schen Theorie auf die Manometer beschäftigt, ohne sie dahin auszulegen, dass zur Vervollkommnung der Instrumente nicht allein die Erhöhung der elastischen Kraft und die Verkleinerung der schwingenden Masse, sondern auch die Beschränkung der am Manometer zu leistenden Arbeit erforderlich ist.

Diese Forderung ist in der Mach'schen Gleichung an und für sich nicht enthalten, kann aber, wie Frank gezeigt hat, durch eine einfache technische Umformung in sie eingeführt werden. Damit ist das von mir aufgestellte Kriterium auch theoretisch als richtig erwiesen; doch war seine Gültigkeit von diesem Nachweis nicht abhängig.

Im Gegensatz zu dem Eingangs erwähnten Satze Frank's ergibt also die historische Betrachtung sowohl für den Sphygmographen wie für die elastischen Manometer, dass vor der Aufstellung einer mathematischen Theorie Instrumente konstruiert worden sind, deren Prinzipien mit der nachträglich entwickelten Theorie in Übereinstimmung sind. Nimmt man das Ergebnis der folgenden Abhandlung hinzu, wonach die Theorie bei den für die Untersuchung des Blutdrucks am besten geeigneten Manometern versagt, so wird man auch fernerhin die Bedeutung der Theorie nicht überschätzen dürfen und dem Experiment die Entscheidung über die Güte der Manometer überlassen müssen.

---

1) Cl. Schaefer, Pflüger's Arch. Bd. 137 S. 260 § 3.

(Aus dem physiologischen Institut der Universität Breslau.)

Experimentalkritik der Frank'schen Theorie der elastischen Manometer.

Von

K. Hürthle.

(Mit 2 Textfiguren und Tafel I und II.)

Inhaltsübersicht.

Wie aus der vorangehenden Abhandlung hervorgeht, lag für mich zunächst keine Veranlassung vor, zur Frank'schen Theorie Stellung zu nehmen, da die Ergebnisse derselben eine Bestätigung meiner Leitsätze für die Konstruktion von Manometern brachten. Ich würde mir daher die Mühe erspart haben, die langwierigen Versuche, Messungen und Rechnungen der vorliegenden Abhandlung auszuführen, wenn nicht in den Folgerungen der Theorie des Kolben- und Federmanometers eine praktisch wichtige Differenz aufgetreten

wäre, welche darin besteht, dass der Querschnitt der Membran meiner Manometer nach der Frank'schen Berechnung zu klein ist. Dadurch wurde ich zur erneuten Prüfung der Instrumente nach der Frank'schen und nach meiner Methode veranlasst. Dazu kam, dass die Untersuchungen Frank's über die Dämpfung der Manometer ein Verhältnis der natürlichen Widerstände zur künstlichen Dämpfung ergaben, das mir neu war. Nun hat zwar Frank selbst seine Theorie durch Experimente gestützt und beide in ausreichender Übereinstimmung gefunden, aber bei dem praktisch wichtigsten Instrument, dem Hebelmanometer für Russschreibung fehlt die Bestätigung der Theorie durch das Experiment. Zwar ist in der „Dynamik"[1]) angegeben, dass zur Verifizierung der Theorie Versuche von Herrn Petter angestellt worden seien, mitgeteilt sind sie aber meines Wissens nicht.

Aber auch die in der „Kritik"[2]) mitgeteilten Versuche waren für mich nicht überzeugend; vor allem vermisste ich eine ausreichende Variierung der beteiligten Faktoren (vgl. S. 156) und einen Ausschluss von Fehlern, die nach Frank unvermeidlich, nach meiner Meinung aber leicht zu beseitigen sind (Luftblasen; vgl. S. 159).

Diese Gründe veranlassten mich, die Gültigkeit der Theorie durch eigene Versuche zu prüfen.

A. Die Untersuchungsmethode.

Die Prüfung der Manometer wurde in doppelter Weise ausgeführt: erstens nach der Schwingungsmethode, um die quantitative Abhängigkeit der Schwingungszahl von M' und E' festzustellen. Ausserdem benutzte ich das schon früher von mir gebrauchte Verfahren der Registrierung künstlicher Druckschwankungen von bekannter Form; denn ich habe gute Gründe[3]), dieses Verfahren, trotz des absprechenden Urteils von Frank, nicht fallen zu lassen.

1) Frank, Dynamik der Membranmanometer usw. Zeitschr. f. Biol. Bd. 50 S. 310. 1908.

2) Frank, Kritik der elastischen Manometer. Zeitschr. f. Biol. Bd. 44 S. 445. 1903.

3) Siehe die folgende Abhandung S. 225.

Es empfiehlt sich, bei der Prüfung die Manometer mit optischer Registrierung von den Hebelmanometern zum Schreiben auf berusstes Papier zu trennen. Von ersteren benutzte ich zur Prüfung ein Federmanometer, das zwar auch mit einem Hebel versehen ist, aber von einem im Verhältnis zur wirksamen Masse der Flüssigkeit sehr geringen Trägheitsmoment (s. S. 165), ferner das von Starling eingeführte Kapillarmanometer mit völlig masseloser Schreibvorrichtung.

Die Prüfung mit Hilfe der Eigenschwingungen.

Die Dauer T der Eigenschwingungen des Manometers bzw. die Schwingungszahl $N = \frac{1}{T}$ wurde nach dem Frank'schen Verfahren festgestellt, indem eine Flasche mit komprimierter Luft von 20 Liter Inhalt [1]) plötzlich mit dem Manometer verbunden und nach Herstellung des Gleichgewichts wieder ausgeschaltet wurde. In vielen Fällen wurden zwei gleiche Flaschen von verschiedenem Druck abwechselnd mit dem Manometer verbunden; der Inhalt der Flaschen wurde durch eine Fahrradpumpe auf den gewünschten Druck gebracht und dessen Höhe in folgender Weise gemessen: Die Flaschen waren durch einen Gummistöpsel mit zwei Bohrungen geschlossen; durch die eine war eine kurze, rechtwinklig gebogene mit Hahn versehene Glasröhre gesteckt, durch welche die Flasche gefüllt bzw. mit dem Manometer verbunden wurde, durch die andere eine gerade 1—2 m lange Röhre von 8 mm lichter Weite, die bis auf den Boden der Flasche reichte und in Abständen von 10 cm mit Marken versehen war. Der Boden der Flasche war etwa 8 cm hoch mit Wasser bedeckt, das beim Einpressen von Luft in der vertikalen Röhre emporstieg und die Höhe des Druckes anzeigte. Die rasche Ein- und Ausschaltung des Druckes wurde durch einen Dreiweghahn vermittelt, welcher zwischen den Flaschen und dem Manometer eingeschaltet war.

Die systematische Prüfung der einzelnen, die Schwingungsdauer beeinflussenden Faktoren wurde an einem Instrument vorgenommen,

1) Die Druckflasche ist im Vergleich zur Frank'schen deshalb sehr viel grösser gewählt worden, weil bei der grossen Kapazität der Druck sehr häufig zum Antrieb des Manometers benutzt werden kann, ohne dass eine merkliche Drucksenkung eintritt.

an welchem alle Faktoren: L, Q und E' in bequemer und ausreichender Weise variiert werden konnten. Länge (L) und Querschnitt (Q) der Zuleitungsröhren lassen sich natürlich durch Ansetzen verschiedener Röhren sehr einfach abändern. Dagegen schien mir die Variation von $E' = \frac{\Delta p}{\Delta v}$ [1]) in der von Frank vorgenommenen Weise zur Feststellung ihres Einflusses nicht ausreichend. Frank[2]) hat sich nämlich mit der Variation von E' begnügt, welche am Gummimanometer mit steigendem Druck eintritt, indem der Volumzuwachs der Trommel mit steigendem Druck kleiner, $\frac{\Delta p}{\Delta v}$ also grösser wird.

In diesem Falle arbeitet man aber mit einem praktisch unbrauchbaren Instrument, da die Grösse der Ausschläge und seine Güte in verschiedenen Drucklagen verschieden sind. In dem diesbezüglichen Versuche Frank's hat E' „beinahe um das Vierfache" geschwankt (S. 511 der Kritik). Für einwandfreie Versuche ist es nötig, Instrumente zu verwenden, deren E' innerhalb der beanspruchten Druckbezirke konstant ist oder nur sehr wenig schwankt. Ferner ist man bei der von Frank benutzten Art der Variierung von E' nicht imstande, den Einfluss der Änderung von E' festzustellen, welche durch wechselnden Membranquerschnitt herbeigeführt wird und von grosser praktischer Bedeutung ist (s. die Versuche G, S. 215).

Ich habe daher zur Prüfung der Theorie ein besonderes, im folgenden als Prüfungsmanometer bezeichnetes Instrument (s. Fig. 1, S. 157) anfertigen lassen, an welchem zur Variierung der Elastizitätskonstanten E' der Durchmesser der Grundplatte P, welche den Druck der Flüssigkeit auf die Stahlfeder überträgt, von 5 bis 14,4 mm abgeändert werden kann. Zu diesem Zweck hat der Zylindermantel M des Manometers einen Durchmesser von 23 und eine lichte Weite von 15 mm. Die obere Fläche des Zylinders ist mit einer Membran aus dünnem Condomgummi überzogen, welche in der Nut N festgebunden wird.

Auf die Membran können fünf Ringe AA gelegt werden, welche sämtlich den Durchmesser des Zylinders besitzen und sich durch die

1) Elastizitätskonstante. Siehe die vorhergehende Abhandlung S. 148.
2) Frank, Kritik S. 511.

Grösse der Öffnung unterscheiden. Diese beträgt bei den einzelnen Ringen 7,2, 9,0, 11,1, 13,3 und 14,6 mm. Die dazu passenden Grundplatten P haben einen Durchmesser von 6,8, 8,6, 10,7, 12,9 und 14,2 mm, so dass zwischen dem inneren Rand der Ringe und dem äusseren der Grundplatten jeweils ein freier Raum von nur 0,2 mm verbleibt.

Die Übertragung des Druckes auf die Stahlfeder ist bei allen Grundplatten dieselbe; sie ist in der technischen Abhandlung S. 244 beschrieben. Durch diese Einrichtung kann E' innerhalb sehr weiter Grenzen variiert werden. Beim Wechsel der Grundplatten ändert

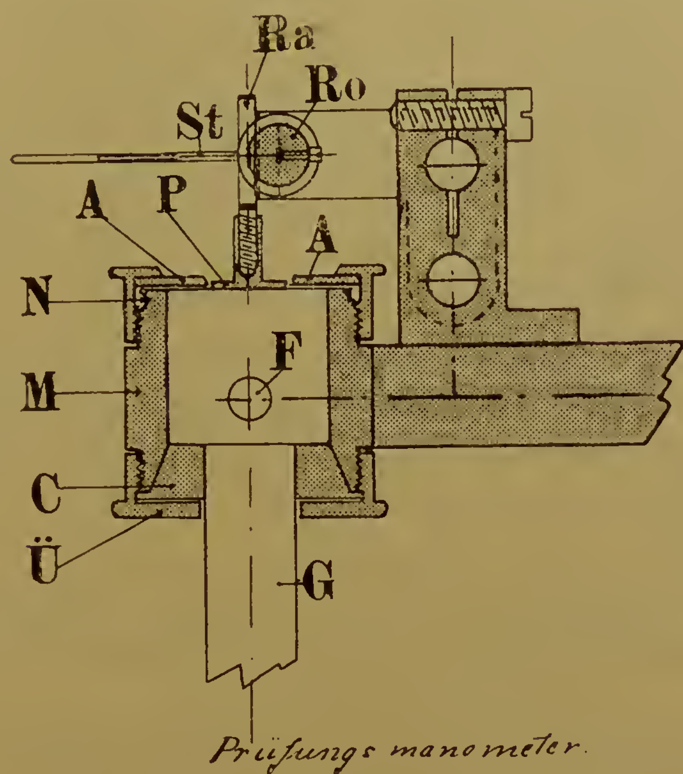


Fig. 1.

sich dann E' aus doppeltem Grunde, nämlich erstens wegen der Änderung der Fläche, zweitens wegen der des Ausschlages, da die Kraft der Platte für denselben Druck mit der gedrückten Fläche und damit der Ausschlag bei Verwendung derselben Feder zunimmt. Die Gewichte der Grundplatten betragen in der oben angegebenen Reihenfolge 0,090, 0,380, 0,518, 0,776 und 0,915 g; die kleinste Grundplatte sowie der Rahmen *Ra* und die Rolle *Ro* waren aus Magnalium gefertigt, die grösseren Grundplatten aus Messing.

Der Einfluss der Masse der Grundplatte auf die Schwingungsdauer der Stahlfeder des Manometers ist, wie durch besondere Versuche ermittelt wurde, so gering, dass die dadurch bedingten

Unterschiede vernachlässigt werden können. In einem Versuche betrug die Schwingungszahl der Stahlfeder mit angestecktem Strohhebel von 120 mm Länge und 0,06 g Gewicht 51 pro Sekunde; durch Verschraubung eines Gewichtes von 20 g mit dem Rahmen *Ra* (3 mm von der Achse entfernt) wurde die Zahl auf 44 herabgesetzt.

Die Grösse der Flüssigkeitsverschiebung für einen bestimmten Druckzuwachs (*E'*) bei Verwendung der einzelnen Grundplatten wurde in doppelter Weise ermittelt:

a) durch Berechnung: die für eine bekannte Druckdifferenz auftretende Volumänderung stellt bei meinem Manometer annähernd einen Flüssigkeitszylinder dar, dessen Durchmesser der lichten Weite des Ringes A gleichgesetzt, dessen Höhe aus dem Ausschlag der Hebelspitze und der Hebelvergrösserung berechnet wurde.

b) durch Eichung mit Hilfe des S. 249 der technischen Abhandlung beschriebenen Kapillarvolumeters.

Der Vergleich zwischen den berechneten und empirisch festgestellten Werten ergab, dass die berechnete Volumänderung stets kleiner ausfiel als die beobachtete, wie die folgende Tabelle zeigt:

Tabelle I.

Vergleich der berechneten und gemessenen Flüssigkeits-Verschiebung im Prüfungsmanometer mit Hebel von 12 cm Länge und 40 facher Vergrösserung.

Membran-durchmesser	Flüssigkeitsverschiebung (cbmm) bei einer Druckschwankung von						Hebelausschlag bei	
	10—80 mm Hg			80—150 mm Hg				
cm	berechnet	gemessen	Differenz *g-b*	berechnet	gemessen	Differenz *g-b*	10—80 mm	80—150 mm
0,72	3,0	5,8	2,8	3,0	5,3	2,3	3,0	3,2
0,90	10,3	19,0	8,7	8,3	14,6	6,3	6,5	5,2
1,11	18,8	28,0	9,2	17,6	24,8	7,2	7,9	7,4
1,34	40,7	50,3	9,6	37,0	48,0	11,0	11,9	10,8
1,48	56,3	73,0	16,7	55,5	70,0	14,5	13,1	12,9

Bei der Betrachtung der Tabelle wird auffallen, dass die Eichung nicht beim Druck 0, sondern bei 10 mm Hg beginnt; dies hat seinen Grund darin, dass bei der Druckschwankung 0—10 der Volumzuwachs des Manometers relativ am grössten ist wegen der

Entfaltung der Membran. Jenseits dieser Grenze ändert sich der Volumzuwachs mit steigendem Druck nur wenig.

Diese Art der Eichung rechtfertigt sich auch dadurch, dass das Manometer bei den Schwingungsversuchen in der Drucklage 0—10 nicht beansprucht wurde.

Wie diese Eigenschaft der Federmanometer bei ber Registrierung der intraventrikularen Druckschwankungen praktisch zu beseitigen ist, wird S. 248 der technischen Abhandlung gezeigt.

Zur Variierung des Röhrenquerschnittes wurden aus einer grossen Anzahl Glasröhren, deren Durchmesser zwischen 2 und 11 mm schwankte, diejenigen ausgesucht, deren Querschnitte die kleinsten Schwankungen im Verlauf der Röhre zeigten. Die besten wurden in folgender Weise mit dem Manometer verbunden: an das untere Ende des Manometermantels *M* war der Messingstutzen *C* durch kegelförmigen Schliff verpasst. Der Abstand der oberen Fläche des Stutzens von der Gummimembran betrug 1,5 cm. Von solchen Stutzen wurde eine grössere Zahl angefertigt, mit Bohrungen, in welche die einzelnen Glasröhren *G* verpasst und eingekittet wurden. Die Stutzen wurden mit Hilfe der Überwurfmutter *U* am Zylindermantel befestigt, und diese Befestigung erlaubte einen raschen und bequemen Wechsel der Röhren.

Die Röhrenlänge wurde in der Weise variiert, dass die Schwingungsversuche zunächst bei der grössten Röhrenlänge vorgenommen, und darauf die Röhren um bestimmte Strecken gekürzt wurden.

Da die Röhren sämtlich bis zu der im Manometer gelegenen Grundfläche des Stutzens *C* reichten, wurde die Länge stets von diesem Punkte ab gemessen. Der Röhrenanfang war also in allen Versuchen 1,5 cm von der Membran entfernt.

Bei der Füllung des Manometers und der Röhren wurde die grösste Sorgfalt auf den Ausschluss von Luftblasen verwendet. Die Füllung erfolgte in allen Fällen in folgender Weise: Das Manometer wird so gehalten, dass die Membran nach abwärts und der Kegelschliff nach aufwärts gekehrt sind; nun wird der Hohlraum durch die in der Fig. 1 im Querschnitt angedeutete, durch einen Hahn verschliessbare Füllröhre *F* mit destilliertem Wasser gefüllt, bis dieses eine Kuppe auf dem oberen Rande bildet. Durch diese Kuppe kann man den ganzen Zylinderinhalt übersehen und jede kleine Luftblase bemerken. Nachdem man sich von der Ab-

wesenheit von Luftblasen überzeugt oder solche entfernt hat, wird der Stutzen *C* mit der Glasröhre von oben aufgesetzt, wobei sofort Flüssigkeit in die Röhre eindringt. Schliesslich wird diese durch weiteres Nachpressen von Wasser aus der Röhre *F* gefüllt.

In vielen Fällen habe ich noch ein anderes Mittel benutzt, um den Ausschluss von Luftblasen zu kontrollieren. — Hat man nämlich einmal die Flüssigkeitsverschiebung im Manometer für einen bestimmten Druckzuwachs mit Hilfe des S. 249 beschriebenen Kapillarvolumeters gemessen und sich hernach durch Öffnen des Manometers unter Wasser vom Ausschluss von Luftblasen versichert, so lässt sich der gefundene Wert zur Kontrolle dafür benutzen, ob ausser der Gummimembran und Stahlfeder ein weiterer elastischer Faktor im Manometer ist oder nicht. Ist ein solcher in Form einer Luftblase vorhanden, so gibt er sich durch eine Zunahme der Volumänderung zu erkennen. Ich bestreite daher entschieden die Behauptung von Frank[1]), dass es unmöglich sei, das Manometer luftfrei zu füllen; meine Versuche sind wenigstens frei von diesem Fehler.

Messung des Druckes durch die Stahlfeder.

In allen Versuchen wurde der Druck von der Grundplatte auf eine Stahlfeder übertragen, welche durch Torsion in Anspruch genommen wird[2]). Der Grad der Torsion wird durch einen mit der Rolle festverbundenen Strohhebel registriert, und zwar entweder durch Russschreibung, wobei der Strohhebel eine Länge von 12 cm von der Achse der Rolle bis zur Spitze hat, oder durch Lichtschreibung, bei welcher der Strohhebel nur eine Länge von 2,7 cm und am Ende eine Verlängerung auf 3,2 cm in Form eines Glasfadens von 0,02—0,05 mm Durchmesser hat. — Das Bild dieses Fadens wird auf den registrierenden Film optisch vergrössert entworfen.

Bei der optischen Registrierung wurden die Kurven nach dem Garten'schen Verfahren in ein Koordinatensystem eingetragen. — Die Zeitmarken wurden durch ein Pendel erzeugt, welches vor dem Vertikalspalt des Kymographiums elektromagnetisch in Schwingung erhalten wird und fünf ganze Schwingungen in der Sekunde ausführt. Die dadurch erzeugten vertikalen Linien entsprechen daher einem

1) Frank, Kritik S. 481 und 501.

2) Siehe die technische Abhandlung S. 242.

Zeitabstand von 1/10 Sek. (Fig. 1—21 Taf. I). Die halben Schwingungen des Pendels sind zwar wegen des Anschlages an den Kontakt nicht genau gleich lang, wohl aber die ganzen (= 1/5 Sek.), wie durch gleichzeitige Registrierung der Zeitmarken eines Chronographen oftmals festgestellt wurde.

Sämtliche Kurven wurden auf einem Koordinatenmesser bei zehnfacher Vergrösserung von einem technischen, in diesen Messungen geübten Hilfsarbeiter ausgemessen und in Stichproben von mir selbst kontrolliert.

B. Die Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der wirksamen Masse und der Elastizitätskonstanten des Manometers.

Versuch I.

An dem beschriebenen Instrument habe ich nun nach einzelnen Vorversuchen eine Versuchsreihe durchgeführt, in welcher der Reihe nach die drei Faktoren variiert wurden, nämlich:

1. die Elastizitätskonstante E' durch Benutzung der Membranen von 7,2, 9 und 11,1 mm Durchmesser,

2. der Querschnitt Q der Zuleitungsröhren durch Benutzung von drei Röhren von 2,38, 7,98 und 11,6 mm Durchmesser,

3. die Röhrenlänge L durch fortschreitende Kürznng dieser Röhren; die grösste Länge betrug in allen Fällen 100 cm, nach Kombination dieser Länge mit den drei Membranen wurde jede Röhre um je 20 cm und schliesslich von 20 auf 10 cm gekürzt und nach jeder Verkürzung mit den drei Membranen kombiniert; auf diese Weise wurden $6 \times 3 \times 3 = 54$ Schwingungsversuche angestellt.

Um den Einfluss dieser Faktoren möglichst rein zu erhalten, und die Schwingungsdauer durch das Trägheitsmoment der Schreibvorrichtung möglichst wenig zu beeinflussen, wurden die Bewegungen optisch registriert, indem die Feder des Manometers mit einem 3 cm langen Hebel von sehr geringem Trägheitsmoment (s. S. 165) verbunden und dessen aus einem Glasfaden bestehende Spitze optisch vergrössert abgebildet wurde.

In allen diesen Versuchen wurden die Röhren vertikal aufgestellt, um Biegungen der Flüssigkeitssäule zu vermeiden; Röhrenachse und Trommelachse des Manometers bildeten so eine gerade Linie; der Registrierhebel lag nach unten vom Manometer.

Diese Stellung der Flüssigkeitssäulen hat im Vergleich zur horizontalen Lagerung der Röhren nach der Theorie keinen Einfluss auf das Resultat, da in der Gleichung

$$M \frac{d^2x}{dt^2} + Ex + K \frac{dx}{dt} + P_0 = 0 \quad . \quad . \quad . \quad (I)$$

das konstante Glied P_0 (die Schwerkraft) keinen Einfluss auf die Schwingungsdauer ausübt[1]). Um dieses Ergebnis der Theorie auch experimentell zu verifizieren, wurden an einzelnen Punkten nach der Anstellung des Versuchs mit vertikaler Röhre Anfang und Ende der Röhre rechtwinklig umgebogen und das Manometer samt der Röhre um 90° gedreht und nun bei gleicher Länge der Wassersäule der Versuch wiederholt, wobei der Überdruck in den Flaschen die Werte 100 bzw. 150 cm Wasser erhielt.

Um ferner trotz der sprungweisen Kürzung der vertikalen Röhren eine in allen Fällen gleiche Druckschwankung auf der Membran zu erzielen (um E' genau konstant zu halten), wurde in folgender Weise verfahren: Bei den Versuchen mit 100 cm Röhrenlänge wurde das obere Ende der Röhren durch den Dreiweghahn abwechselnd mit der Flasche von 50 cm Wasserdruck und mit der atmosphärischen Luft verbunden. Nach der Kürzung der Röhren wurden die abnehmenden Höhen der Wassersäulen durch den Luftdruck einer zweiten ähnlichen Flasche kompensiert; beispielsweise wurde die Wassersäule von 80 cm Höhe durch den Dreiweghahn abwechselnd mit zwei Flaschen verbunden, in welchen ein Druck von 20 und 70 cm Wasser herrschte usw.; in allen Versuchen haben wir also Druckschwankungen von 100—150 cm Wasser auf der Membran.

Jeder einzelne Versuch bestand aus 6—12 Druckschwankungen, die in raschem Tempo aufeinander folgten; Fig. 1—21 Taf. I geben Beispiele von den gewonnenen Kurven.

Da die Werte für T bzw. N bei den einzelnen Druckschwankungen nur geringe Abweichungen zeigten, wurden gewöhnlich vier beliebige Beispiele zur Messung verwandt und das Mittel aus ihnen genommen.

Wie gross die Abweichungen im einzelnen Falle sind, ist aus der Spalte Maximum-Minimum der Tab. II S. 163 zu ersehen, in welcher die Schwankungen angegeben sind; die eingeklammerten Zahlen dieser Spalte bedeuten die Anzahl der Messungen.

1) Frank, Kritik S. 467.

Tabelle II.

Die Schwingungszahlen im Versuch I unter dem Einfluss von L, Q und E'.

Röhrenlänge	Druck (cm Wasser)	Membran 1,11 cm						Membran 0,9 cm						Membran 0,72 cm						Lage der Röhren
		Röhrendurchmesser						Röhrendurchmesser						Röhrendurchmesser						
		0,238		0,798		1,16		0,238		0,798		1,16		0,238		0,798		1,16		
		Mittel	Maxim. Minim.	Mittel	Maxim. Minim.	Mittel	Maxim. Minim.	Mittel	Maxim. Minim.	Mittel	Maxim Minim.	Mittel	Maxim. Minim.	Mittel	Maxim Minim.	Mittel	Maxim. Minim.	Mittel	Maxim. Minim.	
A 100	100	6,1	6,2 6,0 (4)	20,7	20,79 20,50 (4)	30,6	30,9 30.5 (4)	9,0	9,4 8,7 (3)	29,4	29,6 29,9 (4)	45,6	47,7 44,7 (4)	7,9	8,1 7,8 (8)	39,5	39,8 35,3 (7)	59,3	60,9 57,3 (8)	vertikal
	150	6,4	6,5 6,3 (4)	20,8	21.1 20,7 (3)	31,3	31,8 30,8 (3)	9,4	9,5 9,2 (3)	31,7	32,1 31,2 (4)	47,5	49,1 46,1 (5)	8,6	8,8 8,5 (6)	44,2	45,2 42,9 (6)	65,3	67,1 63,0 (6)	
80	100	6,9	6,9 6,9 (3)	24,1	24.1 24,0 (3)	37,8	38,2 37,1 (3)	9,6	9,9 9,7 (3)	34,9	35,7 34,4 (4)	50,3	51,0 50,0 (3)	21,1	22,1 19,9 (7)	73,5	76,0 70,2 (5)	81,0	85,7 78,5 (8)	
	150	7,2	7,3 7,1 (3)	25,9	26,6 25,5 (3)	38,0	38,5 37,4 (3)	10,3	10,4 10,1 (3)	37,0	37,4 36,8 (3)	51,4	52,1 50,9 (3)	23,5	25,2 22,9 (6)	81,7	85,2 79,5 (7)	91,2	100,4 87,4 (7)	
60	100	8,0	8,1 8,0 (3)	28,3	28.7 28,9 (3)	40,2	41,6 39,3 (4)	12,0	12.2 11,8 (3)	42,2	42,7 41,4 (4)	62,7	64,2 61,2 (4)	16,6	16,7 16,4 (8)	58,0	59,6 56,9 (7)	80,0	83,0 78,0 (8)	
	150	8,4	8,5 8.3 (4)	28,7	28,9 28.6 (3)	42,2	42,7 41,1 (3)	12,2	12,4 12,1 (4)	44,9	45,4 44,3 (3)	63,3	64,0 62,6 (3)	18,2	18,5 18,0 (7)	62,6	64,9 60,0 (8)	86,2	92,6 82,6 (8)	
40	100	9,8	9,9 9,6 (3)	34,2	35,2 32,8 (4)	49,2	49,7 48,2 (4)	13,5	13,7 13.5 (3)	46,5	47,3 45,2 (4)	66,1	67,7 65,0 (4)	20,5	21,1 19,9 (8)	62,3	62,7 61,2 (7)	86,2	90,0 81,2 (8)	
	150	10,2	10,3 10,1 (4)	35,4	36,3 35,0 (4)	51,5	51,9 50.8 (4)	14,7	14,9 14,7 (4)	51,4	51,9 51,0 (4)	68,6	69,0 68,4 (3)	22,0	22,4 21,3 (7)	67,0	68,0 65,5 (7)	91,2	93,1 90,0 (6)	
20	100	14,3	14,4 14,2 (3)	48,0	48.6 47,5 (4)	66,8	68,4 64,4 (6)	20,2	20,5 19,8 (4)	65,9	70,5 64,4 (5)	90,7	95,6 86,0 (5)	32,4	32,9 31,9 (6)	104,1	108,2 100,0 (6)	120,0	150,0 102,5 (8)	
	150	14,4	14,6 14.2 (4)	48,4	49,4 47,2 (4)	67,3	68,3 66,0 (5)	21,8	22.0 21,6 (4)	69,8	70,2 69,2 (5)	93,1	94,7 91,1 (5)	34,0	34,9 33,5 (6)	109,8	113,3 105,3 (7)	152,7	165,1 142,5 (8)	
10	100	20,9	21,2 20,7 (4)	64,9	66.7 63,8 (4)	84,5	83,4 83,9 (4)	28,6	28,9 28,3 (4)	86,6	88,6 84,4 (4)	107,2	107,6 106,7 (4)	47,2	47,9 46,8 (6)	108,0	109,5 105,0 (6)	113,9	118,9 108,6 (6)	
	150	21,5	21,7 21,0 (3)	66,3	67,3 65,2 (4)	89,0	91,1 85,6 (4)	31,1	31,4 30,5 (4)	100,4	106,0 97,3 (5)	115,9	117,4 114,2 (5)	49,1	50,6 48,3 (7)	145,9	157,8 135,6 (9)	134,0	145,4 121,1 (8)	
B 100	100	6,1	6,0 6.1 (4)	20,8	20,9 20,6 (4)	—	—	9,2	9,4 9,1 (4)	28,5	28,9 28,2 (4)	—	—	16,2	17,0 16,0 (4)	55,5	57,1 54,1 (4)	—	—	horizontal
	150	,6,3	6,5 6,2 (4)	21,9	22,0 21,8 (4)	—	—	9,3	9,6 9,1 (3)	31,1	32,2 30,2 (1)	—	—	18,8	18,9 18,6 (3)	61,2	63,6 59,3 (3)	—	—	
60	100	7,7	7,7 7,6 (3)	26,9	27,2 26,3 (4)	—	—	12,3	12,4 12,2 (3)	41,4	41,9 40,9 (4)	—	—	17,2	17,6 17,0 (5)	51,3	55,6 40,3 (4)	—	—	
	150	8,5	8,5 8,4 (3)	29,4	29,5 29,2 (3)	—	—	12,7	13,0 12,5 (3)	41,9	42,4 41,6 (4)	—	—	21,6	22,8 19,5 (4)	72,8	74,3 71,1 (4)	—	—	

Im ersten Teil (A) dieser Tabelle sind die Schwingungszahlen N in den 54 mit vertikalen Röhren angestellten Versuchen angegeben, im zweiten (B) die Schwingungszahlen in den an horizontalen Röhren angestellten Versuchen.

Um dem Leser ein anschauliches Bild der Versuchsresultate zu geben, habe ich ausserdem die Werte der Tabelle graphisch in der Weise dargestellt, dass die Röhrenlängen als Abszissen und die Schwingungszahlen als Ordinaten in ein Koordinatensystem eingetragen wurden. Für jeden einzelnen Versuch ergaben sich dann zwei Punkte, welche die Schwingungszahl beim Druck 100 bzw. 150 cm Wasser darstellen. Um jedoch die Übersicht durch die Zahl der eingetragenen Punkte nicht zu stören, wurden für die drei verschiedenen E' (für die Membrandurchmesser 0,72, 0,9 und 1,11 cm) drei Koordinatensysteme gewählt und in jedes die an den Röhren von 0,238, 0,798 und 1,16 cm Durchmesser bei fortschreitender Verkürzung gefundenen Schwingungszahlen eingetragen (Fig. 1—3 Taf. II).

Die für die einzelnen Röhren und Drucke ermittelten Punkte wurden dann durch grade Linien verbunden, und die so erhaltenen Kurven geben nun ein anschauliches Bild der Abhängigkeit der Schwingungszahl von der Grösse der Flüssigkeitsverschiebung sowie von Länge und Durchmesser der Zuleitungsröhren des Manometers.

Um ferner den Grad der Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment in gleicher Weise anschaulich zu zeigen, wurden die Schwingungszahlen aus den gemessenen Werten der Konstanten nach der Frank'schen Formel für den Druck von 100 cm Wasser berechnet und gleichfalls in die Koordinatensysteme eingetragen; zur Unterscheidung der berechneten und gefundenen Schwingungszahlen wurden die berechneten Punkte durch gestrichelte Linien verbunden, die experimentell gefundenen durch ausgezogene Linien.

Die berechneten Werte sind in der Tabelle III S. 165 zusammengestellt. Diese enthält nicht allein die Endresultate der Rechnungen, sondern, um den Einfluss der einzelnen Faktoren zu zeigen und die Kontrolle der Angaben zu erleichtern, auch die Werte von E', M'_F (wirksame Masse der Flüssigkeit) und M'_H (wirksame Masse des Hebels). Bei der Berechnung von M'_F [1]) wurde die im Manometerkörper befindliche Flüssigkeit vernachlässigt; ihre wirksame Masse beträgt nur 0,8.

1) $M'_F = \frac{L \cdot s}{Q}$.

Tabelle III.

Die berechneten Schwingungszahlen im Versuch Nr. I.

Röhrenlänge	M'_F für die Durchmesser (cm)			Membran 1,11 cm d, $E' = 314 \times 10^4$, $M'_H = 1{,}107$, Röhrendurchmesser in cm			Membran 0,9 cm d, $E' = 605 \times 10^4$, $M'_H = 2{,}47$, Röhrendurchmesser in cm			Membran 0,72 cm d, E' $= 140 \times 10^5$, $M'_H = 6{,}75$, Röhrendurchmesser in cm		
cm	0,238	0,798	1,16	0,238	0,798	1,16	0,238	0,798	1,16	0,238	0,798	1,16
				Schwingungszahlen								
100	2247,7	199,9	94,6	6,0	19,9	28,8	8,4	27,5	39,7	12,5	41,4	59,2
80	1798,2	160,0	75,7	6,7	22,2	32,2	9,2	30,7	44,3	14,0	46,1	65,6
60	1348,7	120,0	56,8	7,7	25,6	37,1	10,7	35,4	50,9	16,2	52,9	74,7
40	899,1	80,0	37,8	9,4	31,3	45,2	13,0	43,1	61,7	19,8	63,9	89,2
20	449,5	40,0	18,9	13,3	44,0	63,0	18,4	60,1	84,6	27,9	87,1	117,5
10	224,8	20,0	9,5	18,8	61,4	86,8	26,0	82,6	113,3	39,1	115,2	147,9

Auch die wirksame Masse des Hebels wurde trotz ihres geringen Wertes mit in Rechnung gezogen. Zur Berechnung von T wurde die Formel benutzt

$$T = 2\,\pi \sqrt{\frac{M'_F + M'_H}{E'}}\ ^{1)}$$

Der Berechnung von M'_H wurden die folgenden Werte zugrunde gelegt:

Länge des Hebels	3	cm
Entfernung des Angriffspunktes von der Drehachse	0,3	„
Gewicht des Aluminiumstiftes (1,3 cm)	0,033	g
„ „ Strohhebels	0,0046	„
„ „ Rahmens	0,104	„

Das Ergebnis dieses Versuches entnehmen wir am besten der graphischen Darstellung: Aus den Kurvenscharen der Figuren 1 bis 3 Taf. II lässt sich mit einem Blick erkennen, dass die Übereinstimmung zwischen den experimentell festgestellten und den aus den Konstanten berechneten Schwingungszahlen zum Teil eine sehr gute, zum Teil eine wechselnde ist: ausgezeichnet stimmen Versuch und Berechnung bei den niederen Schwingungszahlen überein, besonders wenn diese durch eine geringe Elastizitätskonstante mit veranlasst sind, so bei der Membran von 11 und 9 mm ($E' = 314 \cdot 10^4$ und $605 \cdot 10^4$) mit der Röhre von 0,238 cm Durchmesser. Die grössten Abweichungen finden wir bei der Membran von 0,72 cm Durchmesser ($E' = 140 \cdot 10^5$), besonders in Verbindung mit den weiteren Röhren.

1) Siehe Frank, Kolbenmanometer: $M'_H = \frac{M_H}{Q^2}$.

Die Erhöhung der Elastizitätskonstanten scheint in erster Linie Abweichungen von der Theorie zu veranlassen, in zweiter die Verkleinerung der wirksamen Masse.

Der Einfluss der Röhrenlänge ist kein gleichförmiger, sondern ein sprungweise wechselnder; dies zeigt sich in geringem Maße, aber doch schon deutlich, bei den langsameren Schwingungen der Membran von 1,1 cm (Fig. 1), am ausgesprochensten bei den raschen Schwingungen der Membran von 0,72 cm (Fig. 3). In Fig. 1 zeigt sich ein unbedeutender Sprung bei der Röhrenlänge 80 cm, und zwar nur bei den beiden weiteren Röhren; in Fig. 2 bei 60 cm Röhrenlänge; hier betrifft er schon alle drei Röhren, die engste allerdings nur andeutungsweise; in Fig. 3 endlich liegen mehrere sprungförmige Abweichungen: die eine (bei 80 cm Röhrenlänge) ist bei der mittleren Röhre am stärksten, die andere (bei 20 cm) zeigt sich wesentlich in der starken Differenz der Schwingungen in der weiten Röhre bei den Drucken von 100 und 150 cm, und endlich finden sich zwei entgegengesetzt liegende Abweichungen in den weiteren Röhren bei den Längen von 40 und 10 cm.

Von diesen Abweichungen abgesehen, sind die berechneten Schwingungszahlen kleiner als die experimentell ermittelten; die grösste Differenz beträgt 60 % (Membran 0,72, Röhre 0,798, Länge 80).

Beim Versuch, die Abweichungen zu erklären, sind verschiedene Möglichkeiten in Betracht zu ziehen bzw. auszuschliessen:

1. die Tatsache, dass bei allen Berechnungen der Einfluss der Reibung vernachlässigt worden ist. Bei Berücksichtigung derselben würden die berechneten Schwingungszahlen etwas niedriger ausfallen, die Differenz zwischen Theorie und Experiment also durchschnittlich grösser werden. Noch weniger reicht die Berücksichtigung der Reibung zur Erklärung der sprungförmigen Abweichungen aus, wie aus dem Abschnitt C (Dämpfung der Manometer) hervorgeht;

2. Auch durch Berücksichtigung der wirksamen Masse der im Manometerkörper selbst befindlichen Flüssigkeit, die einen Wert von 0,8 hat, würde die Differenz noch etwas vermehrt, insbesondere bei den kurzen Röhren;

3. Gegen eine Zurückführung der Abweichungen auf Versuchs- oder Messungsfehler sprechen die Eigentümlichkeiten, welche gerade bei den sprungförmigen Abweichungen sich zeigen, nämlich das Auftreten des Sprunges an allen drei oder wenigstens zwei Röhren bei gleicher Länge. Das deutet auf einen von der Länge

abhängigen Einfluss, der sich auch bei den Dekrementen wieder zeigt (s. S. 169 ff).

Besonderes Augenmerk sei noch auf den oben erwähnten Versuchsfehler gerichtet, der nach Frank unvermeidlich ist: das Zurückbleiben von Luftblasen im Manometer[1]). Dass für meine Versuche diese Behauptung nicht zutrifft, glaube ich auf Grund der oben (S. 159) beschriebenen Vorsichts- und Kontrollmaßregeln annehmen zu dürfen. Will man aber diesen keinen Glauben schenken, so muss man wegen der Richtung der Abweichungen annehmen, dass gerade bei den grössten Sprüngen (Membran 0,72, Röhrenlänge 80, Fig. 3 Taf. II) das Manometer ganz oder relativ luftfrei gewesen sei, in den übereinstimmenden Fällen dagegen mehr oder weniger Luftblasen enthalten habe, eine Annahme, welche weder wahrscheinlich noch für die Theorie günstig ist. Ausserdem gibt es Fälle, in welchen bei ein und derselben Röhre, also sicher unter denselben Bedingungen die Schwingungszahlen bei wechselndem Druck (100 und 150 cm) sehr viel stärker auseinandergehen, als es die Theorie zulässt: (Fig. 3 Taf. II, Röhre 0,798 cm Durchmesser und 10 cm Länge; Röhre 1,16 cm Durchmesser und 20 cm Länge). Es liegt daher kein Grund vor, die Abweichungen zwischen Theorie und Experiment auf Versuchsfehler zurückzuführen.

Vergleichen wir schliesslich die am Manometer mit vertikal stehenden Röhren ermittelten Schwingungszahlen mit denjenigen, welche an denselben Röhren bei Horizontalstellung nach doppelter Biegung der Röhren (vgl. S. 162) gefunden wurden und in Tabelle II B verzeichnet sind, so ist die Übereinstimmung bei den Schwingungsversuchen am Manometer mit den Membranen von 1,1 und 0,9 cm Durchmesser eine auffallend gute; danach hat weder die Vertikalstellung noch

1) Frank meint zwar (S. 551 der Kritik), dass die in der Manometertrommel eingeschlossenen Luftblasen in seinen Versuchen keine Fehlerquelle gebildet haben, da ihr Einfluss auf die Elastizitätskonstante durch die Eichung bestimmt worden sei. Darauf ist zu erwidern, dass es durchaus nicht erwiesen und nicht einmal wahrscheinlich ist, dass Änderung der Elastitätskonstanten durch Luftblasen den gleichen Einfluss auf die Leistungen des Manometers hat, wie die Verkleinerung der Elastizität der Gummimembran, bzw. der Stahlfeder; man kann im Gegenteil mit Sicherheit behaupten, dass das zwei in ihrer Wirkung verschiedene Änderungen sind, schon aus dem Grunde, weil die in beiden Fällen eintretende Vergrösserung der am Manometer zu leistenden Arbeit im einen Falle der Schreibvorrichtung des Manometers zu gute kommt, bei der Luftblase aber nicht.

die doppelte Biegung der Röhren einen Einfluss auf die Schwingungszahl; denn für die Annahme, dass die doppelte Biegung durch einen bei der Vertikalstellung auftretenden Einfluss kompensiert würde, liegt gar kein Grund vor. Dass die Biegung der Röhren ohne Einfluss auf die Schwingungszahl ist, hat schon Frank angegeben.

Dagegen bringt die Membran von 0,72 cm Durchmesser auch hier ein abweichendes Ergebnis: Beim Röhrendurchmesser von 0,238 cm und der Länge 100 cm hat N bei der horizontalen Röhre den doppelten Wert wie bei der vertikalen; bei der Länge von 60 cm sind die beiden N wieder annähernd gleich, in der horizontalen Röhre nur wenig grösser als in der vertikalen.

Auch bei der weiteren Röhre von 0,798 cm Durchmesser und 100 cm Länge erreicht N in der horizontalen Röhre bei beiden Druckwerten einen weit höheren, etwa den $1\frac{1}{2}$fachen Wert der vertikalen Röhre; bei 60 cm Länge nähern sich die Werte wieder beim einwirkenden Druck von 100 cm, während sie beim Druck von 150 cm noch stark auseinandergehen.

Der Vergleich der Schwingungszahlen bei vertikaler und horizontaler Lage der Röhren führt daher zu dem Ergebnis, dass bei den Membranen von 0,9 und 1,1 cm, das ist also bei den langsameren Schwingungen, Theorie und Experiment wieder in guter Übereinstimmung sind, bei den rascheren Schwingungen aber sehr starke Differenzen auftreten, deren Ursache vielleicht gleicher Art ist wie die der Sprünge in den Schwingungszahlen, welche bei den vertikalen Röhren auftreten.

Zusammenfassend kann man sagen, dass bei den langsameren Schwingungen des Manometers, insbesondere wenn diese durch eine kleine Elastizitätskonstante (grossen Membrandurchmesser) veranlasst sind, Theorie und Experiment gut übereinstimmen. In diesen Fällen wird also die Voraussetzung der Theorie, dass das schwingende System mit einem Massenpunkt identifiziert werden darf, durch das Experiment bestätigt. Das trifft aber bei den rascheren Schwingungen nicht mehr zu, besonders dann, wenn diese durch eine hohe Elastizitätskonstante herbeigeführt sind. Der Geltungsbereich der Theorie ist also ein beschränkter: sie beginnt gerade bei der Einrichtung der Manometer zu versagen, welche bei physiologischen Versuchen gefordert wird.

Fragt man, warum Frank nicht selbst die Grenze der Theorie erkannt hat, so findet man in den Tabellen 8 und 9, S. 510 und 513 der „Kritik" (in den anderen ist der Wert von E' nicht angegeben), dass sich E' in den Versuchen Frank's zwischen 1523 und 6040 Megadynen, also zwischen $152 \cdot 10^4$ und $604 \cdot 10^4$ bewegte. Das Maximum ist also derselbe Wert, welchen das Manometer mit mittlerer Elastizitätskonstante ($E' = 605 \cdot 10^4$) in meinen Experimenten besitzt. — Dabei ist E' wahrscheinlich durch Rechnung gefunden und nicht experimentell bestimmt (was nach Frank nicht sehr exakt geschehen kann); dann ist es aber nach meinen Erfahrungen (s. A, S. 158) zu hoch.

Frank scheint also seine zur Begründung der Theorie angestellten Versuche auf Manometer mit geringer Elastizitätskonstante beschränkt zu haben, welche zum Zweck der physiologischen Druckmessung nicht genügen. In den späteren Abhandlungen Frank's aber, in welchen Manometer von sehr hohem E' zur Verwendung kommen, wird die uneingeschränkte Gültigkeit der Theorie als erwiesen betrachtet.

C. Die „Dämpfung" der Manometer.

Mit dem Ausdruck „Dämpfung der Manometer" habe ich in einer früheren Abhandlung[1]) die Wirkung eines künstlichen Widerstandes innerhalb der Flüssigkeitssäule des Manometers bezeichnet, welche in der aperiodischen Einstellung des Manometers bei der raschen Einwirkung grosser Druckschwankungen besteht. Später hat Frank[2]) diesen Ausdruck für die Summe der im Manometer an und für sich vorhandenen Widerstände gebraucht, welche zum Teil in der Flüssigkeitssäule, zum Teil in der Membran und Schreibvorrichtung liegen. Will man den Ausdruck Dämpfung auch für diese natürlichen Widerstände anwenden, so ist es zweckmässig, die natürliche von der künstlichen Dämpfung zu unterscheiden, was im folgenden geschieht.

I. Die natürliche Dämpfung der Manometer.

Bei den vorangehenden Berechnungen der Abhängigkeit der Schwingungsdauer bzw. Schwingungszahl von M' und E' (Tabelle III

1) K. Hürthle, Pflüger's Arch. Bd. 47 S. 8.
2) O. Frank, Kritik S. 579.

S. 165) ist angenommen worden, dass die Bewegungen ohne Reibung erfolgen. Bekanntlich ist man nicht in der Lage, die Reibungskräfte theoretisch zu berechnen, sondern man ist auf eine empirische Bestimmung derselben im einzelnen Falle angewiesen, deren Ergebnis dann zur Korrektur der als reibungslos behandelten Massenkräfte angewandt werden kann; die Bestimmung gestaltet sich in unserem Fall folgendermaßen: Als Maß der natürlichen Widerstände des Manometers dient die Abnahme der Amplituden der Eigenschwingungen. Unter der Voraussetzung, dass die Widerstände der Geschwindigkeit der Flüssigkeitsbewegung proportional sind, erfolgt die Abnahme gleichmässig derart, dass das Verhältnis je zweier aufeinanderfolgender Schwingungen konstant ist; den natürlichen Logarithmus dieses Verhältnisses nennt man das logarithmische Dekrement;[1]) seine Untersuchung bildet daher ein Kriterium für die Richtigkeit jener Voraussetzung.

Aus dem logarithmischen Dekrement D lässt sich dann ein Dämpfungsfaktor $K' = \frac{4\,M'\,D}{T}$ berechnen, der nun selbst wieder zur Korrektur von T benutzt werden kann; diese erfolgt nach der Formel:

$$T = \frac{4\,\pi\,M'}{\sqrt{4\,M'\,E' - K'^2}} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (II)$$

Sind die Widerstände verschwindend klein, kann K' im Verhältnis zu $4\,M'\,E'$ praktisch $= 0$ gesetzt werden, so geht die Formel über in $T = 2\,\pi\sqrt{\frac{M'}{E'}}$. Mit wachsenden Widerständen aber nimmt K' und damit sein Einfluss auf T sehr rasch zu bis zu dem Grenzwert $4\,M'\,E' = K'^2$; in diesem Falle erfolgt die Einstellung des Instrumentes aperiodisch.

Im folgenden soll nun untersucht werden:

1. ob das Dekrement konstant, die Voraussetzung also richtig ist, dass die Widerstände der Geschwindigkeit der Flüssigkeitsbewegung proportional sind, und
2. ob sich der Einfluss der Widerstände auf die Schwingungsdauer T tatsächlich in der von der Formel geforderten Weise äussert.

---

1) Helmholtz, Vorlesungen über die Dynamik diskreter Massenpunkte S. 108. Leipzig 1898.

Die erste Frage hat Frank[1]) auf Grund von Schwingungsversuchen am Gummimanometer mit optischer Registrierung in dem Sinne beantwortet, „dass das logarithmische Dekrement der Schwingungen auch unter den verschiedensten Reibungsverhältnissen, die hier wirksam waren, konstant bleibt, dass also die wichtigste Forderung, die sich aus unseren Entwicklungen ergeben hat, bei unseren Versuchen erfüllt ist“.

Zu meinen eigenen Messungen der Amplituden verwendete ich den vorhergehenden Versuch, in welchem alle Konstanten des Manometers variiert waren. Die erhaltenen Werte sind in den folgenden Tabellen zusammengestellt. Dieselben enthalten alle zum Verständnis notwendigen Angaben, und es ist nur zu bemerken, dass die Logarithmen nicht natürliche, sondern Brigg'sche Logarithmen sind (zur Umwandlung in natürliche also einer Multiplikation mit 2,3026 bedürfen), und dass die Logarithmen der Amplituden der Raumersparnis halber weggelassen und nur die Differenzen derselben abgedruckt wurden. Die zugehörigen Schwingungszahlen findet man in der Tab. II S. 163 oder in den Kurven Fig. 1—3 Taf. II.

Tabelle IV.

Membrandurchmesser 1,1 cm, Röhrendurchmesser 0,238 cm.

Röhrenlänge	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
100	10,90 5,50 3,10	0,297 0,249	15,05 7,00 3,60 2,10	0,332 0,289 0.234
80	9,80 5,20 2,95 2,00	0,275 0,246 0,169	14,50 7,25 4,10 2,65	0,301 0,248 0,189
60	10,45 5,35 3,00 1,85	0,291 0,251 0,210	10.50 5,55 3,25 2.10	0,277 0,232 0,190
40	11,95 6,75 4,10 2.75	0,248 0,216 0,173	15,45 8,30 4,70 2,80 1,90	0,270 0,247 0,225 0,168

1) Frank, Kritik S. 583.

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
20	12,90	0,207	13,30	0,226
	8,00	0,187	7,90	0,216
	5,20	0,211	4,80	0,183
	3,20	0,099	3,15	0,137
	2,55	0,084	2,30	0,106
	2,10		1.80	
10	12,85	0,195	14,95	0,204
	8,20	0,185	9,35	0,155
	5,35	0,154	6,55	0,140
	3,75	0.176	4,75	0.178
	2,50		3,15	

Tabelle V.

Membrandurchmesser 1,1 cm, Röhrendurchmesser 0,798 cm.

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
100	16,75	0,107	16,85	0,118
	13,10	0,126	12,85	0,115
	9,80	0,140	9,85	0,145
	7,10	0,103	7,05	0,128
	5,60	0,110	5,25	0,146
	4,35	0,036	3,75	0,119
	4,00		2,85	
80	16,15	0,131	16,80	0,137
	11,95	0,116	12,25	0,110
	9,15	0,104	9,50	0,069
	7,20	0,163	8,10	0,102
	4,95	0,138	6,40	0,134
	3,60		4,70	0,154
			3,30	
60	14,45	0,132	14,25	0,139
	10,65	0,098	10,35	0,115
	8,50	0,090	7,95	0,058
	6,90	0,053	6,95	0,039
	6,10	0,069	6,35	0,051
	5,20	0,053	5,65	0,075
	4,60	0,055	4,75	
	4,05	0,076		
	3,40			
40	14,40	0,145	14.95	0,141
	10,30	0,144	10,80	0,150
	7,40	0,149	7,65	0,095
	5,25	0,215	6,15	0,086
	3,20		5,05	0,085
			4,15	

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
20	14.5	0,112	12,80	0,074
	11,2	0,076	10,80	0,109
	9,4	0,084	8,40	0,115
	7,75	0,083	6,45	0,077
	6,40	0,046	5,40	
	5,75	0,044		
	5,20	0,053		
	4,60	0,050		
	4,10	0,069		
	3,50			
10	12,10	0,078	9,90	0,051
	10,10	0,093	8,80	0,099
	8,15	0,054	7,00	0,146
	7,20	0,072	5,00	0,131
	6,10	0,073	3,70	
	5,15	0,073		
	4,35	0,053		
	3,85	0,054		
	3,40	0,047		
	3,05			

Tabelle VI.

Membrandurchmesser 1,10 cm, Röhrendurchmesser 1,16 cm.

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
100	13,90	0,122	13,20	0,196
	10,50	0,113	8,40	0,146
	8,10	0,130	6,00	0,106
	6,00	0,106	4,70	0,217
	4,70		2,85	
80	12,15	0,207	14,00	0,178
	7,55	0,210	9,30	0,183
	4,65	0,088	6,10	0,061
	3,80		5,30	
60	13,00	0,195	12,90	0,156
	8,30	0,141	9,00	0,141
	6,00	0,187	6,50	0,155
	3,90		4,55	0,102
			3,60	
40	11,25	0,069	14,60	0,154
	9,60	0,107	10,25	0,076
	7,50	0,079	8,60	0,083
	6,25	0,036	7,10	0,038
	5,75	0,056	6,50	0,073
	5,05	0,085	5,50	0,102
	4,15	0,080	4,35	0,082
	3,45		3,60	

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
20	11,80	0,113	11,20	0,056
	9,10	0,139	9,85	0,082
	6,60	0,091	8,15	0,095
	5,35	0,047	6,55	0,113
	4,80	0,018	5,05	0,070
	4,60	0,014	4,30	
	4,45	0,030		
	4,15	0,062		
	3,60	0,051		
	3,20	0,074		
	2,70			
10	8,75	0,055	6,80	0,096
	7,70	0,094	5,45	0,168
	6,20	0,093	3,70	0,106
	5,00	0,086	2,90	0,056
	4,10	0,094	2,55	0,026
	3,30	0,027	2,40	
	3,10	0,060		
	2,70	0,070		
	2,30	0,050		
	2,05			

Tabelle VII.

Membrandurchmesser 0,9 cm, Röhrendurchmesser 0,238 cm.

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
100	8,20	0,346	11,65	0,292
	3,70	0,325	5,95	0,189
	1,75		3,85	0,154
			2,70	0,051
			2,40	
80	11,70	0,239	11,50	0,261
	6,75	0,216	6,30	0,208
	4,10	0,198	3,90	0,176
	2,60	0,114	2,60	0,114
	2,00		2,00	
60	10,50	0,250	8.20	0,224
	5,90	0,197	4,90	0,199
	3,75	0,159	3,10	0,149
	2,60	0,114	2,20	
	2,00			
40	12,45	0,232	12,20	0,260
	7,30	0,230	6,70	0,258
	4,30	0,235	3,70	0,246
	2.50		2,10	

Röhren-läüge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
20	11,45 6,10 3,30 1,80	0,273 0,267 0,263	11,75 6,25 3,75 2,15	0,274 0,222 0,242
10	12,00 7,05 4,75 3,15 2,05	0,231 0,171 0,178 0,187	10.85 5,90 3,85 2,20	0,265 0,185 0,243

Tabelle VIII.

Membrandurchmesser 0,9 cm, Röhrendurchmesser 0,798 cm.

Röhren-länge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
100	10,00 6,20 4,75 4,00	0,208 0,116 0,075	10,25 7,20 6,20 4,90 3,70 3,30 2.50 1,90	0,153 0,065 0,102 0,122 0,050 0,121 0,119
80	10,30 8,00 6,40 5,60 5,25 5,00	0,110 0,097 0,058 0,028 0,021	11.60 8,45 5,90 5,20	0,138 0,156 0,055
60	7,45 4,95 3,70 3,15 2,65 1,95	0,178 0,126 0,070 0,075 0,033	8,50 6,25 4,70 3,70 2,40 1,45	0,133 0,124 0,104 0,188 0,219
40	11,60 8,85 7,25 5,80 4,40 3,55 3,05 2,55	0,117 0,087 0,097 0,120 0,093 0,066 0,078	11,20 8,15 5,90 4,00 2,75 2,05 1,55	0,138 0,140 0,169 0,163 0,128 0,121

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
20	8,80 7,20 5,90 4,80 3,50 2,90 2,40	0,087 0,086 0,090 0,137 0,082 0,082	7,10 5,10 3,95 2,90 2,45 1,90 1,50 1,20	0,144 0,111 0,134 0,073 0,110 0,103 0,097
10	7,45 6,10 4,25 2,80 2,10	0,087 0,157 0,181 0,125	3,55 2,10 0,90 0,50	0,228 0,368 0,255

Tabelle IX.

Membrandurchmesser 0,9 cm, Röhrendurchmesser 1,16 cm.

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
100	9,90 6,60 3,70 2,75 1,60	0,176 0,251 0,129 0,235	8,75 6,00 4,30 4,00 3,80 3,65 3,20 2,70	0,165 0,145 0,031 0,022 0,017 0,057 0,074
80	8,10 6,70 4,85 4,15 3,90 3,55	0,082 0,140 0,068 0,027 0,041	7,25 5,75 4,80 4,35 4,10 3,25	0,101 0,078 0,043 0,026 0,101
60	8,00 6,70 5,20 3,40 2,70 2,20	0,077 0,110 0,184 0,100 0,089	7,05 5,70 4,80 3,50 2,60	0,092 0,075 0,137 0,129
40	9,40 8,25 7,30 6,40 5,10 4,40 3,80 3,35	0,057 0,053 0,057 0,099 0,064 0,064 0,055	9,35 7,35 5,45 5,05 4,50 4,20 3,95 3,75 3,60 3,35 3,05 2,65 2,15	0,104 0,130 0,033 0,050 0,030 0,027 0,023 0,018 0,031 0,041 0,061 0,091

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
20	6,15 5,20 4,00 2,65 2,00	0,073 0,114 0,179 0,122	3,40 2,55 1,20 0,80 0,60	0,125 0,327 0,176 0,125
10	4,65 3,65 2,80 2,20 1,65	0,105 0,115 0,105 0,125	2,40 1,30 1,10 0,90 0,70	0,266 0,073 0,087 0,109

Tabelle X.

Membrandurchmesser 0,7 cm, Röhrendurchmesser 0,238 cm.

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
100	7,90 3,70 2,10	0,329 0,246	7,55 3,40 1,80	0,346 0,276
80	5,55 1,70 1,50 1,40	0,514 0,054 0,030	5,55 1,70 1,50 1,40	0,514 0,054 0,030
60	8,15 5.05 3,35 2,45	0,208 0,178 0,136	8,50 5,30 3,50 2,50	0,205 0,180 0,146
40	8,40 5,20 3,20 2,10	0,208 0,211 0,183	9,20 5,90 4,00 2,60 1,70	0,193 0,169 0,187 0,184
20	7,85 5,45 4,00 3,10 2,55 2,35	0,158 0,134 0,111 0,085 0,035	8,30 5,10 3,00 2,50	0,211 0,230 0,079
10	9,00 7,10 5,50 4,10 3,20	0,103 0,111 0,128 0,108	8,10 6,00 4,50 3,50 3,00	0,130 0,125 0,109 0,067

Tabelle XI.

Membrandurchmesser 0,7 cm, Röhrendurchmesser 0,798 cm.

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
100	7,10	0,080	6,05	0,191
	5,90	0,113	3,90	0,152
	4,55	0,139	2,75	
	3,30	0,157		
	2,30	0,106		
	1,80			
80	4,15	0,442	3,65	0,261
	1,50	0,079	2,00	0,058
	1,25	0,097	1,75	0,067
	1,00		1,50	
60	5,45	0,124	5,30	0,128
	4,10	0,114	3,95	0,134
	3,15	0,083	2,90	0,047
	2,60	0,148	2,60	0,093
	1,85	0,188	2,10	
	1,20			
40	6,05	0,169	7,30	0,115
	4,10	0,181	5,60	0,192
	2,70	0,317	3,60	0,079
	1,30	0,461	3,00	0,030
	0,45		2,80	0,032
			2,60	
20	3,55	0,045	3,20	0,028
	3,20	0,014	3,00	0,062
	3,10	0,044	2,60	0,073
	2,80	0,076	2,20	
	2,35	0,039		
	2,15	0,054		
	1,90	0,103		
	1,50			
10	3,10	0,085	2,55	0,026
	2,55	0,084	2,40	0,068
	2,10	0,043	2,05	
	1,90	0,048		
	1,70			

Tabelle XII.

Membrandurchmesser 0,7 cm, Röhrendurchmesser 1,16 cm.

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
100	6,70	0,078	6,30	0,109
	5,60	0,081	4,90	0,094
	4,65	0,111	3,95	0,091
	3,60	0,038	3,20	0,134
	3,30	0,071	2,35	
	2,80	0,032		
	2,60	0,114		
	2,00			

Röhrenlänge cm	Druck 100 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
80	2,70 1,20 0,80 0,40	0,352 0,176 0,301	3,25 1,95 1,85 1,65 1,35	0,222 0,023 0,050 0,087
60	2,75 2,10 1,50 0,90	0,117 0,146 0,222	4,65 3,80 3,25 2,65	0,088 0,068 0,089
40	4,00 3,50 2,80 2,00 1,55 1,40	0,058 0,097 0,146 0,111 0,044	5,30 3,90 2,90 2,00 1,50	0,133 0,129 0,161 0,125
20	2,15 1,80 1,50 1,30	0,077 0,079 0,062	0,90 0,85 0,80 0,70	0,025 0,026 0,058
10	2,20 1,75 1,50 1,35	0,099 0,067 0,046	1,10 0,65 0,45	0,228 0,160

In einem kleinen Teil der 54 unter den verschiedensten Bedingungen angestellten Schwingungsversuche sind die Dekremente (die Differenzen der Logarithmen) derart, dass die Abweichungen als Versuchs- oder Messungsfehler betrachtet werden können. In der Mehrzahl der Versuche aber liegen die Abweichungen weit ausserhalb der Fehlergrenzen. Nicht selten sind sie derart, dass es zu ihrer Feststellung gar keiner Messung bedarf, da der schwebungsartige Verlauf der Amplituden den Wechsel des Dekrements auf den ersten Blick zeigt (s. Fig. 4, 5, 10 u. 11 Taf. I). In solchen Fällen kommen Änderungen des Dekrements um das Zehnfache vor.

Im allgemeinen sind die Dekremente in den Versuchen mit niederen Schwingungszahlen die regelmässigeren, doch kommen auch hier unregelmässige Dekremente vor (Tab. V; L = 60, N = 28) und andrerseits regelmässige bei hohen Schwingungszahlen (Tab. XII L = 20, N = 120—150). In der Art der Abweichung lässt sich eine Gesetzmässigkeit vorläufig nicht erkennen; in manchen Versuchen wird das Dekrement kleiner, in anderen grösser, in weiteren erst kleiner, dann grösser oder umgekehrt; nicht selten zeigt sich gar keine Regelmässigkeit.

Dieses Ergebnis steht in schroffem Widerspruch zu dem oben angeführten von Frank. Die Ursache dieser Differenz aufzuklären, bin ich aber nicht in der Lage, da Frank in der Tabelle 13 S. 582 der „Kritik“, welche die Unabhängigkeit des logarithmischen Dekrementes von der Amplitude zeigt, die Konstanten des hierzu verwendeten Manometers und selbst die Schwingungsdauer nicht angibt.

Als besonders merkwürdig ist ferner zu erwähnen, dass die Dekremente in meinen Versuchen selbst bei gleichem M' und fast gleichem E', nämlich beim Druck 100 und 150 cm desselben Versuchs selten gleich sind, häufiger verschieden und zwar nach verschiedenen Richtungen. Vgl. die Tabellen, insbesondere XI u. XII.

Die Voraussetzung der Theorie, dass die Reibung proportional der Geschwindigkeit ist, kann also nicht bestätigt, sondern muss als unrichtig oder ungenügend bezeichnet werden. Es ist daher auch nicht gerechtfertigt, den Koeffizienten K' zu berechnen, um daraus etwaige Korrekturen der nach der einfachen Formel festgestellten Schwingungszahlen vorzunehmen, da die Dekremente und damit auch K' innerhalb desselben Versuchs sehr stark wechseln.

Immerhin könnte man zur Beantwortung der zweiten Frage den Versuch machen, die mittleren Werte der Dekremente und daraus den Widerstandsfaktor des Manometers zu berechnen. Dies ist in der folgenden Tabelle für den Druck von 100 cm geschehen, in welcher die Logarithmen die natürlichen sind.

Tabelle XIII.

Die mittleren logarithmischen Dekremente im Versuch Nr. I.

Röhrenlänge	Membran 1,1 cm D. Röhrendurchmesser in Zentimetern			Membran 0,9 cm D. Röhrendurchmesser in Zentimetern			Membran 0,7 cm D. Röhrendurchmesser in Zentimetern		
cm	0,238	0,798	1,16	0,238	0,798	1,16	0,238	0,798	1,16
100	0,6287	0,2696	0,1680	0,7723	0,3054	0,4557	0,6625	0,2744	0,1727
80	0,6003	0,3002	0,4802	0,5015	0,1445	0,1650	0,4591	0,4744	0,6365
60	0,5771	0,1809	0,4013	0,4148	0,2681	0,2582	0,3915	0,3026	0,3273
40	0,4897	0,3363	0,1656	0,5352	0,2164	0,1474	0,4621	0,5126	0,2100
20	0,4647	0,1579	0,2035	0,6168	0,2165	0,2808	0,2412	0,1231	0,1677
10	0,4093	0,1672	0,1736	0,4418	0,3166	0,2590	0,2585	0,1502	0,1628

Die Werte der Tabelle lassen keine gesetzmässige Abhängigkeit von den Konstanten des Manometers erkennen. Wären die Dekremente ausschliesslich von der Reibung der Flüssigkeit abhängig, so

wäre in erster Linie zu erwarten, dass sie mit der Vergrösserung des Röhrenquerschnitts cet. par. stark abnehmen, dass also je drei in einer Reihe stehende Werte bei derselben Membran fortschreitend kleiner werden; das ist aber nur ausnahmsweise der Fall, z. B. bei der Röhrenlänge 40; aber auch da nicht bei allen drei Membrandurchmessern. Ferner zeigt die Tabelle, dass auch mit fortschreitender Verkürzung der Röhren die Dekremente nicht gesetzmässig abnehmen, sondern unregelmässige Sprünge machen; nur in der Reihe der langsamsten Schwingungen (Membran 1,1 cm, Röhre 0,238 cm Durchmesser) nehmen die Werte mit der Verkürzung der Röhre ab. Ähnliche Beobachtungen hat schon Frank gemacht: er fand (S. 590 der „Kritik") „eine gewisse Konstanz des logarithmischen Dekrementes unter den verschiedensten Versuchsbedingungen. Z. B. hatte die Länge der Flüssigkeitssäule bei einer Reihe von Versuchen keinen Einfluss auf die Grösse des Dekrements."

Meine Untersuchungen bestätigen also die Ansicht Frank's (S. 599 der „Kritik"), es sei unwahrscheinlich, „dass die geschilderten Tatsachen durch die Reibung der Flüssigkeit bedingt sind," stehen aber in Widerspruch zur Voraussetzung der Theorie, dass die Reibung proportional der Geschwindigkeit sei.

Damit verliert die Bestimmung der Dekremente ihren Wert für die Berechnung der Schwingungsdauer und für die Korrektur der registrierten Kurven.

II. Die künstliche Dämpfung der Manometer.

Diese ist nicht allein von praktischem, sondern auch von theoretischem Interesse, weil sich bei den sehr starken hier einzuschaltenden Widerständen viel deutlicher als bei den natürlichen zeigen muss, ob die Reibung der Flüssigkeitssäule den Einfluss auf die Schwingungsdauer hat, welcher ihr von der Theorie zugeschrieben wird; es ist nämlich zu erwarten, dass bei der Einführung künstlicher Widerstände (wegen des im Quadrat steigenden Einflusses von K'; s. die Gleichung II S. 170) die Schwingungsdauer immer rascher wächst bis zur aperiodischen Einstellung.

Bei Frank finden sich über diesen Punkt folgende Angaben: Während er bei der weniger genau abstufbaren Hahndämpfung (S. 585/6 der Kritik) „eine einsinnige Abhängigkeit der Schwingungsdauer von dem Grad der Dämpfung überhaupt nicht beobachten konnte", kam er bei der Anwendung seiner „Dämpfungsschraube"

zu folgendem Ergebnis (S. 588): „Es zeigt sich nun bei den genaueren Versuchen eine eindeutige Abhängigkeit der Schwingungsdauer von der Grösse der Dämpfung in dem Sinne wie die Formel 5′ (II S. 170) verlangt. Die Schwingungsdauer nimmt mit wachsender Dämpfung zu. Dass die Grösse der Zunahme auch quantitativ nach unserer Formel erfolgt, erscheint als ein weiterer Beweis dafür, dass die grundlegenden Annahmen, die zu der Entwicklung der Formel gedient haben, richtig sind.“

In den folgenden Versuchen ist als künstlicher Widerstand zur Dämpfung der Manometer der S. 244 der technischen Abhandlung beschriebene Revolverhahn benutzt, welcher den früher von mir gebrauchten, durch allmähliche Hahnverengerung herbeigeführten Dämpfungen, sowie der Frank'schen Dämpfungsschraube (s. Kritik S. 585) gegenüber die grossen Vorteile besitzt, dass er zwei unveränderliche Dämpfungslöcher enthält, die durch einen Griff ein- und ausgeschaltet und gegen die volle Öffnung vertauscht werden können, sowie dass diese Dämpfungslöcher eine verschwindend geringe Länge haben und in der Achse der Zuleitungsröhre liegen. Mit dieser Einrichtung wurden die Versuche jeweils in der Weise angestellt, dass die Eigenschwingungen des Manometers in der früher beschriebenen Weise zunächst bei voller Öffnung des Hahns (7 mm), dann nach Einschaltung der Dämpfungslöcher von 0,6 bzw. 0,4 mm ausgeführt wurden. Im ganzen wurden vier Versuche mit folgenden Variationen angestellt: Im ersten Versuche wurde die künstliche Dämpfung abwechselnd am Anfang und Ende der Flüssigkeitssäule oder an beiden Stellen angebracht. Im zweiten wurde der Querschnitt, im dritten die Länge der Flüssigkeitssäule und im vierten der Membrandurchmesser (die Elastizitätskonstante) variiert.

Erster Versuch.

Um die Dämpfung abwechselnd am Anfang und am Ende des Systems anbringen zu können, wurden zwei gleichgearbeitete Manometer (für optische Registrierung mit hohem E') und zwölffacher Hebelvergrösserung (3 : 36) durch eine Glasröhre von 8,02 mm Durchmesser und 160 cm Länge in der Weise miteinander verbunden, wie es die unten stehende Skizze zeigt.

Das eine der Manometer (M_{II}) war luftfrei mit Wasser gefüllt, das andere (M_I) nur bis zur Höhe des Revolverhahnes; die Gummimembran des letzteren war durch einen luftdicht schliessenden

Metalldeckel D ersetzt; zwischen diesem und dem Wasserspiegel befand sich Luft, die sich in die Füllröhre F fortsetzte; letztere endlich war mit zwei Druckflaschen durch einen T-Hahn verbunden, durch dessen rhythmische Drehungen der Wasserspiegel abwechselnd unter einen Druck von 50 und 150 cm Wasser gesetzt wurde. Durch die verschiedene Stellung der Revolverhähne H_I und H_{II} konnte die künstliche Dämpfung am Anfang oder Ende des Systems oder an beiden Stellen angebracht werden.

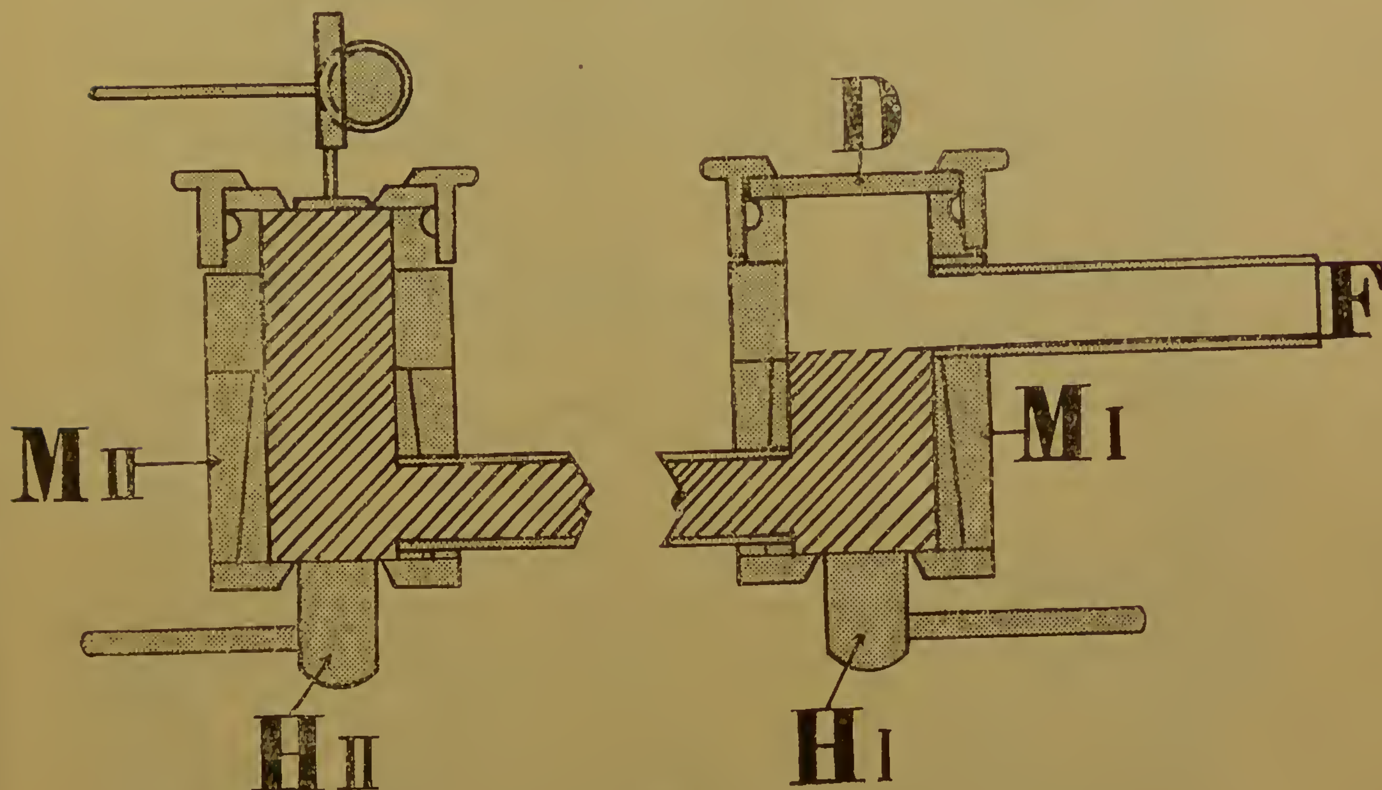


Fig. 5.

Das Ergebnis dieses Versuchs ist in der Tab. XIV (S. 184) zusammengestellt.

Die in den Spalten „Dämpfungen" stehenden Zahlen bedeuten:

7,0 volle Öffnung (7 mm),
0,6 Dämpfungsloch 0,6 mm Durchmesser,
0,4 „ 0,4 mm „

Aus der Tabelle ist zu ersehen, dass durch die Einschaltung der Dämpfungslöcher von 0,6 mm in M_I oder M_{II} die Schwingungszahl des Manometers nicht in deutlicher Weise beeinflusst wird; die sehr kleinen Unterschiede liegen innerhalb der Fehlergrenzen; es ist daher auch einleuchtend, dass es ohne Einfluss auf die Schwingungszahl ist, ob das Dämpfungsloch am Anfang oder am Ende der Flüssigkeitssäule (bei H_I oder H_{II}) eingeschaltet wird.

Tabelle XIV.

Schwingungszahlen und Dekremente im ersten Dämpfungsversuch.

Nummer	Dämpfungen (mm Öffnung)		Schwingungszahlen		Einstellungszeit		Druck 50 cm Wasser		Druck 150 cm Wasser	
	Hahn II	Hahn I	Druck 50 cm	Druck 150 cm	50–150 cm W.	150–50 cm W.	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
1	7,0	7,0	48,2 Max. 48,77 Min. 47,25	48,9 Max. 49,43 Min. 48,56	0,023	0,022	3,90 3,15 2,45 2,10 1,80 1,65 1,50 1,30	0,09275 0,10914 0,06695 0,06695 0,03779 0,04139 0,06215	3,00 2,50 2,10 1,80 1,55 1,40	0,07918 0,07572 0,06695 0,06494 0,04420
2	0,6	7,0	47,8 Max. 49,14 Min. 46,38	48,7 Max. 49,41 Min. 47,49	0,027	0,020	2,80 1,40 1,30 1,15 1,10	0,30103 0,03219 0,05324 0,01931	2,40 1,65 1,30 1,30	0,16273 0,10354 0,00000
3	7,0	0,6	47,8 Max. 49,41 Min. 46,73	48,3 Max. 49,20 Min. 47,31	0,026	0,018	2,45 1,30 1,10 0,95	0,27523 0,07255 0,06367	1,95 1,35 1,20 1,15	0,15970 0,05115 0,01848
4	0,6	0,6	46,3 Max. 47,60 Min. 45,54	47,8 Max. 49,20 Min. 46,39	0,027	0,025	1,75 1,05 0,85 0,75	0,22185 0,09177 0,05436	1,60 1,20 1,05 0,85	0,12494 0,05799 0,09177
5 6 7	0,4 7,0 0,4	7,0 0,4 0,4	Aperiodische Einstellung		0,031 0,042 0,045	0,030 0,035 0,044	—	—	—	—

Erst durch die doppelte Dämpfung am Anfang und Ende des Systems (Nr. 4 der Tabelle) wird die Schwingungszahl in geringem Maße (um 2—4 %) erniedrigt.

Bei der Dämpfung 0,4 mm erfolgt die Einstellung aperiodisch, so dass Schwingungszahlen und Dekremente nicht messbar sind, und der Einfluss der Dämpfung sich nur an der verlängerten Einstellungsdauer auf den neuen Druck messen lässt (s. die Spalten [Einstellungszeit] der Tabelle).

Die Dekremente zeigen ein eigentümliches Verhalten: während das erste Dekrement des gedämpften Manometers, wie zu erwarten ist, im Vergleich zum ungedämpften eine starke Erhöhung auf den zwei- bis dreifachen Wert zeigt, wird das zweite oder auch das dritte Dekrement wieder auffallend klein; sein Wert kann bis auf ein Zehntel des ersten, ja bis auf Null sinken. Dieser starke Sprung der Dekremente scheint für die künstliche Dämpfung charakteristisch zu sein, wenigstens bei einer gewissen Grösse der wirksamen Masse $\left(\frac{L}{Q}\right)$, die im vorliegenden Falle 317 beträgt.

Zweiter Versuch.

In einem zweiten Versuch wurde der Einfluss der Dämpfung bei verschiedenem Röhrendurchmesser festgestellt. Zu diesem wurde dasselbe Manometer benutzt wie im vorhergehenden Versuch (Dämpfungslöcher 0,6 und 0,4 mm), und es wurden nacheinander vier Röhren von den in der folgenden Tabelle XV angegebenen Durchmessern an das Manometer angesetzt. Die Länge der Flüssigkeitssäule vom freien Flüssigkeitsspiegel bis zur Einmündung in das Manometer betrug in allen Fällen 60 cm. Der einwirkende Druck schwankte zwischen 40 und 140 cm Wasser.

Da die Dekremente sich bei der künstlichen Dämpfung der Manometer als besonders inkonstant erwiesen, sah ich mich veranlasst, nach einem anderen Maß für die Beeinflussung der Massenwirkung durch die künstliche Dämpfung zu suchen und benutze im folgenden das Verhältnis der ersten Amplitude (Überschreitung der neuen Gleichgewichtslage) zur Grösse der Druckschwankung, welches ich dynamischen Quotienten nennen will; er wächst mit der Massenwirkung und nimmt mit fortschreitender Dämpfung ab bis zum Werte Null. In der Tabelle XVa ist dieser Quotient neben den Schwingungszahlen verzeichnet, ausserdem die Zahl der Eigenschwingungen bis zum Erlöschen.

Tabelle XVa.

Röhren-durch-messer cm	$\frac{L}{Q}$	Druck	N Schwingungs-zahlen ungedämpft	D. 0,6	D. 0,4	Dynamischer Quotient ungedämpft	D. 0,6	D. 0,4	Zahl der Schwingungen bis zum Erlöschen ungedämpft	D. 0,6	D. 0,4
0,60	212,2	40	37,4	39,5	—	0,33	0,20	0	5	2	0
		140	40,0	40,2	—	0,42	0,26	0	6	4	0
0,405	465,7	40	27,5	26,7	28,2	0,49	0,35	0,09	4	2	1
		140	28,5	27,5	28,2	0,64	0,38	0,11	5	3	1
0,315	770,0	40	20,9	20,8	21,1	0,57	0,32	0,16	5	3	1
		140	22,2	22,8	23,2	0,67	0,50	0,21	5	3	1
0,204	1835,7	40	11,0	10,9	11,0	0,55	0,51	0,38	3	3	1
		140	11,9	11,7	11,9	0,67	0,61	0,47	3	2	1

Tabelle XVb.

Röhren-durchmesser cm	$\frac{L}{Q}$	un-gedämpft	un-gedämpft	D. 0,6	D. 0,4
0,600	1,0	1,00	1 :	0.61	0
0,405	2,2	1,48	1 :	0,71	0.18
0,315	3,6	1,73	1 :	0,58	0,28
0,204	8,6	1,67	1 :	0.94	0,70

Die Tabelle zeigt in Übereinstimmung mit dem vorhergehenden Versuch, dass der Einfluss der Dämpfung auf die Schwingungszahl ein unmerklicher ist. In einzelnen Fällen zeigt die Schwinguugszahl sogar eine Erhöhung, was aber wohl auf Messungsfehler zurückzuführen ist. Diese erklären sich aus dem Umstande, dass die Schwingungszahlen bei der Dämpfung 0,4 aus einer einzigen Schwingung von minimaler Höhe berechnet sind, wobei natürlich ein kleiner Messungsfehler stark ins Gewicht fällt.

Weiterhin zeigt die Tabelle, dass der dynamische Quotient mit fortschreitender Verkleinerung des Röhrenquerschnitts, also mit Zunahme der wirksamen Masse grösser und mit fortschreitender Dämpfung kleiner wird.

Um den relativen Einfluss der beiden Faktoren zu zeigen, sind in der Talle XVb in Spalte II die wirksamen Massen auf die kleinste = 1 und in Spalte III die Quotienten der ungedämpften Manometer auf den bei grösstem Röhrenquerschnitt auftretenden = 1 bezogen, in den Spalten IV—VI die Quotienten des gedämpften Manometers beim Druck 40 cm auf den des ungedämpften = 1 bezogen. Dabei zeigt sich:

1. dass am ungedämpften Manometer der dynamische Quotient mit der wirksamen Masse zunimmt im Verhältnis von 1 : 1,73, während die wirksame Masse im Verhältnis von 1 : 3,6 steigt. Bei der weiteren Zunahme der wirksamen Masse auf 8,6 durch Verkleinerung des Röhrenquerschnitts tritt aber keine weitere Erhöhung des Quotienten, sondern eine Abnahme ein;

2. dass die Wirkung der Dämpfung bei der weitesten Röhre am grössten ist — bei dieser allein wird der Quotient = 0, das Manometer aperiodisch, — und mit abnehmendem Röhrenquerschnitt abnimmt. Die Dämpfung wirkt also um so günstiger, je kleiner die wirksame Masse des Manometers ist.

In übereinstimmender Weise zeigt sich in den drei letzten Spalten der Tabelle XV a, dass die Auslöschung der Eigenschwingungen von der wirksamen Masse abhängt. Nur bei der weitesten Röhre erfolgt die Einstellung bei der Dämpfung 0,4 ohne jede Eigenschwingung.

Dieses Ergebnis veranlasst mich, auf einen Irrtum hinzuweisen, in dem ich mich bei der Einführung der künstlichen Dämpfung[1]) befand. Nach der Feststellung, dass die Ursache der Eigenschwingungen der Manometer, welche bei der Einwirkung grosser Druckdifferenzen auftreten, nicht in der Schreibvorrichtung, sondern in der Trägheit der Flüssigkeitssäule des Manometers liegt, habe ich die Eigenschwingungen durch einen starken, in der Zuleitungsröhre angebrachten Widerstand (Hahnverengerung) beseitigt.

Da sich nunmehr in der Flüssigkeitssäule ein sehr grosser Widerstand befand, glaubte ich, dass der natürliche, insbesondere der durch den Querschnitt der Röhre bedingte Widerstand zu vernachlässigen sei und habe auf den grossen Querschnitt der Röhre, den ich am ungedämpften Manometer als zweckmässig erkannt hatte[2]), kein besonderes Gewicht mehr gelegt.

Durch die Aufstellung des Begriffes der wirksamen Masse, sowie durch die Darlegung Frank's[3]), dass die bei den Manometerbewegungen auftretenden Widerstände wahrscheinlich anderer Art sind als die bei der Strömung von Flüssigkeiten beobachteten, wurde ich zur Wiederaufnahme des Gegenstandes veranlasst. Die vor-

1) K. Hürthle, Experimentelle Prüfung der Manometer usw. Pflüger's Arch. Bd. 47 S. 8. 1890.

2) Vgl. S. 147 der vorhergehenden Abhandlung.

3) Frank, Kritik S. 593.

liegenden Versuche zeigen nun, dass der natürliche Widerstand der Zuleitungsröhre von ganz anderer Art und Bedeutung ist als der der künstlichen Dämpfung: durch die letztere wird die Schwingungszahl im allgemeinen nicht beeinflusst, wohl aber durch den ersteren.

Dritter Versuch: Einfluss der Rohrlänge.

a) Benutzt wurde das Prüfungsmanometer mit Revolverhahn und den Dämpfungslöchern 0,65 und 0,4 mm Durchmesser und mit drei verschiedenen Rohrlängen.

Zunächst wurde eine Röhre von 0,7 cm Durchmesser eingekittet und an ihr Ende ein kurzes rechtwinklig gebogenes Röhrchen von gleicher Weite durch wenig dehnbaren Gummi so angefügt, dass Glas an Glas stiess. Die Länge der Flüssigkeitssäule vom freien Spiegel bis zur Mündung in den Manometerkörper betrug 167 cm. Darauf wurde die Röhre um 87 cm gekürzt, so dass nunmehr die Wassersäule eine Länge von 80 cm hatte. — Schliesslich wurde eine Röhre von 0,76 cm Durchmesser mit umgebogenem Ende eingekittet, in welcher die Wassersäule 45 cm lang war. Die einwirkenden Drucke schwankten zwischen 40 und 100 cm Wasser; der Wert für E' betrug $140 \cdot 10^5$.

Tabelle XVIa.

Röhren-durch-messer cm	Röhren-länge cm	Schwingungszahlen					
		Druck 40 cm Wasser			Druck 100 cm Wasser		
		un-gedämpft	D. 0,65	D. 0,4	un-gedämpft	D. 0,65	D. 0,4
0,70	167	31,2	30,3	30,5 [1]	32,8	32,6	32,0
0,70	80	43,0	42,9	44,3	46,9	43,3	44,5
0,76	45	63,7	52,1	53,9 [1]	68,4	54,1	55,3 [1]

Tabelle XVI b.

Röhren-durch-messer cm	Röhren-länge cm	Dynamischer Quotient					
		Druck 40 cm Wasser			Druck 100 cm Wasser		
		un-gedämpft	D. 0,65	D. 0,4	un-gedämpft	D. 0,65	D. 0,4
0,70	167	0,63	0,43	0,14	0,81	0,50	0,15
0,70	80	0,50	0,28	0,11	0,77	0,38	0,11
0,76	45	0,44	0,18	0,03	0,47	0,26	0,05

1) Aus einer Schwingung berechnet.

Tabelle XVI c.

Die Zahlen der vorhergehenden Tabelle auf das ungedämpfte Manometer = 1 bezogen.

Röhren-durch-messer cm	Röhren-länge cm	Druck 40 cm Wasser			Druck 100 cm Wasser		
		un-gedämpft	D. 0,65	D. 0,4	un-gedämpft	D. 0,65	D. 0,4
0,70	167	1 :	0,677	0,385	1 :	0,618	0,190
0,70	80	1 :	0,556	0,222	1 :	0,493	0,145
0,76	45	1 :	0,405	0,078	1 :	0,540	0,103

Die Tabellen XVI a—c enthalten das Ergebnis der Messungen: Tabelle a enthält die Schwingungszahlen und zeigt, dass diese bei den Rohrlängen 167 und 80 cm durch die Dämpfung nicht beeinflusst werden, wohl aber bei der kurzen Röhre von 45 cm in dem Sinne, dass durch die Dämpfung eine Verminderung der Zahl um ca. 18 % herbeigeführt wird. Aus der Theorie lässt sich diese auffallende Beobachtung nicht erklären; ich komme unten (S. 192) darauf zurück.

Als Maß der Wirkung der künstlichen Dämpfung habe ich auch in diesem Versuche den dynamischen Quotienten (s. S. 185) berechnet und in Tabelle b mitgeteilt; diese zeigt, dass der Quotient am ungedämpften Manometer mit der Röhrenlänge, d. h. also mit der Grösse der wirksamen Masse abnimmt, und zwar beim Druck 40 im Verhältniss von 1 : 0,80 : 0,69, beim Druck 100 wie 1 : 0,95 : 0,58.

Durch die Einschaltung der Dämpfung wird der Quotient bei den verschiedenen Rohrlängen nicht in gleicher Weise beeinflusst, sondern in steigendem Maße mit abnehmenden Rohrlängen. Dies ist aus der Tabelle c zu entnehmen, in welcher der Quotient des ungedämpften Manometers = 1 gesetzt und die der gedämpften auf 1 bezogen worden sind. Die stärkste Erniedrigung des Quotienten unter dem Einfluss der künstlichen Dämpfung tritt bei der Rohrlänge von 45 cm auf.

Aus diesem und dem vorhergehenden Versuche folgt also, dass die künstliche Dämpfung um so günstiger wirkt, je kleiner die wirksame Masse ist, sei es dass die Verkleinerung durch Verkürzung der schwingenden Säule oder durch Vergrösserung ihres Querschnittes erzielt wird.

b) Auf Grund des vorhergehenden sowie des folgenden Versuches hatte ich mir zunächst die Meinung gebildet, dass sich der Einfluss der Dämpfung auf die Schwingungszahl nur in dem Falle bemerklich mache, wenn die wirksame Masse klein ist (Tabelle XVIa, $L = 45$ cm). Um diese Meinung zu prüfen, habe ich noch einen weiteren Versuch mit Verkleinerung der wirksamen Masse angestellt. Als Manometer diente ein Torsionsmanometer für optische Registrierung mit den Dämpfungslöchern 0,5 und 0,35 mm und einer Elastizitätskonstanten von $E' = 170 \cdot 10^5$; die einwirkenden Drucke schwankten zwischen 50 und 100 cm Wasser; Länge und Durchmesser der Röhren sind aus der Tabelle XVId zu ersehen. Diese enthält ausser den Schwingungszahlen noch die Dauer der Anstiegszeit, sowie die Grösse des dynamischen Quotienten.

Tabelle XVI d.

Einfluss der Dämpfung auf die Schwingungszahl bei wechselndem $M' = \frac{L}{Q}$.

Röhrendurchmesser cm	Röhrenlänge cm	$\frac{L}{Q}$	Dämpfung	Schwingungszahlen		Dynamischer Quotient		Anstiegszeit	
				Druck 50 cm	Druck 100 cm	Druck 50 cm	Druck 100 cm	50—100 Sek.	100—50 Sek.
0,6	77	272,3	unged.	27,7	29,3	0,637	0,650	0,019	0,019
			D. 0,5	27,2	29,5	0,594	0,631	0,017	0,018
			D. 0,35	29,2	31,5	0,339	0,403	0,019	0,021
0,6	12	42,4	unged.	92,0	99,9	0,532	0,363	0,007	0,008
			D. 0,5	103,0	111,8	0,121	0,109	0,008	0,008
			D. 0,35	102,9	113,8	—	—	0,018	0,017
0,365	46	437,3	unged.	32,5	34,8	0,657	0,713	0,015	0,015
			D. 0,5	33,0	35,6	0,489	0,544	0,015	0,015
0,365	14½	137,8	unged.	56,0	61,8	0,564	0,689	0,008	0,009
			D. 0,5	57,0	62,6	0,289	0,356	0,008	0,009

Die Schwingungszahlen der Tabelle sind aus mindestens drei Schwingungen berechnet (bei den Dämpfungen 0,35, bei den andern aus vier Schwingungen), die Messungsfehler sind daher nicht gross. Spalte V und VI zeigen nun, dass die Schwingungszahlen unter dem Einfluss der Dämpfungen gleich bleiben oder sogar bis zu 14 % grösser werden. Diese Zunahme ist beim kleinsten Wert der wirksamen Masse $\left(\frac{L}{Q} = 42\right.$, Spalte III$\left.\right)$ am deutlichsten und, wie gesagt, keinesfalls auf Messungsfehler zurückzuführen.

Wenn daher im vorhergehenden sowie im folgenden Versuch bei kleiner wirksamer Masse eine Verkleinerung der Schwingungszahl unter dem Einfluss der Dämpfung beobachtet wird, so darf dieses Ergebnis nicht verallgemeinert werden, sondern es kann der wechselnde Einfluss der Dämpfung auf die Schwingungszahl nur jenen „Sprüngen" zugerechnet werden, welche schon im Abschnitt B am ungedämpften Manometer beobachtet wurden und nicht erklärt werden konnten.

Aus den Spalten VII und VIII der Tabelle XVId geht in Übereinstimmung mit dem vorhergehenden Versuche hervor, dass der dynamische Quotient mit steigender Dämpfung abnimmt, und zwar im allgemeinen um so stärker, je geringer die wirksame Masse ist: nur beim kleinsten $\frac{L}{Q} = 42$ und Dämpfung 0,35 tritt vollkommen aperiodische Einstellung ein.

Schliesslich zeigt sich auch die Anstiegszeit (Spalte IX und X) von der wirksamen Masse abhängig: sie wird mit der wirksamen Masse im allgemeinen kleiner.

Vierter Versuch.

Im letzten Versuche wurde der Einfluss der Dämpfung bei wechselndem Durchmesser der Manometermembran, also bei wechselndem E', festgestellt. Dazu diente wieder das Prüfungsmanometer mit den Membranen von 0,72—0,9 und 1,11 cm und mit den Dämpfungslöchern 0,65 und 0,4 mm Durchmesser. Die angesetzte Röhre war in allen Fällen dieselbe, ihr Durchmesser betrug 0,76 cm und ihre Länge von der Münduug ins Manometer bis zur Flüssigkeitsoberfläche im rechtwinklig umgebogenen Ende 46 cm. Die einwirkenden Drucke schwankten zwischen 40 und 100 cm Wasser. Die Schwingungszahlen dieses Versuches sind in der Tabelle XVII enthalten.

Tabelle XVII.

Wirkung der Dämpfung bei wechselndem E'.

Membran cm	E'	Druck cm	Schwingungszahlen ungedämpft	D. 0,65	D. 0,4
0,72	$140 \cdot 10^5$	40	60,1	57,6	50,0 [1])
		100	66,8	64,5	58,0 [1])
0,90	$605 \cdot 10^4$	40	35,3	36,0	37,3 [1])
		100	46,0	45,7	aperiodisch
1,10	$314 \cdot 10^4$	40	23,8	24,4	"
		100	25,4	22,1	"

1) Aus einer Schwingung bestimmt.

Die Tabelle zeigt, dass die künstliche Dämpfung nur beim höchsten Wert von E' einen Einfluss auf die Schwingungszahlen hat, bei einer wirksamen Masse von 101.

Bei der Beurteilung der Zahlen ist allerdings zu beachten, dass die Schwingungszahlen bei der Dämpfung 0,65 aus zwei, bei der Dämpfung 0,4 aber aus einer Schwingung berechnet wurden, so dass die Messungsfehler stark ins Gewicht fallen. Auf solche ist es wohl auch zurückzuführen, dass die Schwingungszahlen bei der Membran von 0,9 und 1,1 cm und einem Druck von 40 cm mit fortschreitender Dämpfung etwas zunehmen. Bei der Membran von 0,72 cm sind aber die Unterschiede in den Schwingungszahlen so gross, dass sie nicht auf Messungsfehlern beruhen können.

Im Einklang mit dem, was oben (S. 189) gesagt ist, betrachte ich auch in diesem Falle die Herabsetzung der Schwingungszahl unter dem Einfluss der künstlichen Dämpfung als einen der nicht erklärten „Sprünge“, die bei hohen Werten von E' besonders leicht auftreten (s. B, S. 166).

Weiterhin zeigt sich, dass, wie zu erwarten ist, die aperiodische Einstellung durch denselben Grad der künstlichen Dämpfung um so eher erreicht wird, je kleiner E' oder je grösser die Flüssigkeitsverschiebung im Manometer ist. Das ist aber kein Vorzug für das Manometer von kleinerem E', weil die Einstellungszeit durch die Vergrösserung der Flüssigkeitsverschiebung verlängert wird.

Zusammenfassend kann man über den Einfluss der künstlichen Dämpfung auf die Schwingungszahl und das Dekrement der Manometer folgendes sagen:

1. Ein Einfluss der künstlichen Dämpfung auf die Schwingungszahl wird nur ausnahmsweise beobachtet; er ist dann wesentlich grösser, als theoretisch auf Grund der Reibung (der Dekremente) zu erwarten ist. Dieses Ergebnis widerspricht dem oben (S. 182) angeführten von Frank, nach welchem der Einfluss der Dämpfung in allen Fällen in dem von der Theorie geforderten Grade festgestellt worden ist.

Die Ursache der Differenz zwischen den Ergebnissen Frank's und den meinigen liegt möglicherweise in der Einrichtung der von Frank benutzten Dämpfungsschraube, welche eine spaltförmige Verengung von einer gewissen Länge am Rande der Röhre herbeiführt, während die Dämpfungslöcher des Revolverhahnes in der Achse gelegene Widerstände von verschwindender Länge darstellen.

2. Die Dekremente werden sehr stark im Sinne einer Erhöhung beeinflusst, die Eigenschwingungen des Manometers also sehr rasch vernichtet.

Noch deutlicher zeigt sich die günstige Wirkung der Dämpfung im „dynamischen Quotienten“ (dem Verhältnis der Drucküberschreitung zur Druckschwankung), der wegen der Inkonstanz der Dekremente als Maß der dämpfenden Wirkung benutzt wurde; er lässt erkennen, dass die Dämpfung um so günstiger wirkt, je geringer die wirksame Masse des Manometers ist.

3. Die Einstellungszeit wird durch geringe Grade der Dämpfung, welche nicht zu aperiodischer Einstellung führen, nur wenig beeinflusst, bei den stärkeren zur vollkommen aperiodischen Einstellung nötigen Graden der Dämpfung aber bis auf den doppelten Wert erhöht.

2. Dämpfung der Manometer durch innere Reibung der Flüssigkeit.

Bei der eigenartigen Wirkung der Manometerdämpfung, welche wir im vorhergehenden konstatiert haben, schien es mir zur Erklärung der Natur der „Widerstände“ von Interesse, die Wirkung einer Dämpfung festzustellen, bei welcher die Widerstände nicht durch äussere Reibung, durch Verengerung des Querschnitts, sondern durch Erhöhung der inneren Reibung der ganzen Flüssigkeitssäule vermehrt werden. Beruht die natürliche Dämpfung der Manometer auf der bei der Flüssigkeitsströmung auftretenden Reibung, so wird sich eine starke Änderung der Viskosität in einer entsprechenden Beeinflussung der Schwingungsdauer des Manometers äussern.

Ich habe daher in einer Reihe von Versuchen das destillierte Wasser des Manometers durch Glycerin vom spezifischen Gewicht 1,23 ersetzt. Seine Viskosität wurde mit Hilfe eines Ostwald'schen Viskosimeters gemessen und ergab bei 19 ° C. den 102fachen Wert des destillierten Wassers von gleicher Temperatur. Bei der Füllung der Manometer mit Glycerin ist die Entfernung der Luftblasen schwieriger als bei der Wasserfüllung, aber doch mit Sicherheit zu bewerkstelligen, wie sich durch Prüfung der Flüssigkeitsverschiebung mit Hilfe des Kapillarvolumeters feststellen lässt. Vor der Füllung muss das Manometer natürlich sorgfältig getrocknet werden.

Im ganzen wurden drei Versuche angestellt, in welchen Q, E' und L variiert wurde.

Der erste Versuch

wurde an demselben Manometer und mit denselben Röhren ausgeführt wie der zweite Versuch mit äusserer Dämpfung (S. 185). Das Manometer wurde nacheinander mit den Röhren von 0,6, 0,405, 0,315 und 0,204 cm Durchmesser und je 60 cm Länge verbunden. Der Druck schwankte zwischen 40 und 140 cm Wasser.

Das Ergebnis ist folgendes: Nur bei Verwendung der weitesten Röhre waren die Eigenschwingungen so ausgebildet, dass ihre Dauer gemessen werden konnte. Die Schwingungszahlen betrugen 34 bzw. 37 pro Sekunde bei 40 bzw. 140 cm Wasser. Dagegen erfolgte die Einstellung bei den drei engeren Röhren auch ohne Anwendung einer äusseren Dämpfung ganz oder fast aperiodisch.

Bei der Dämpfung durch Erhöhung der inneren Reibung wirkt also die Verkleinerung des Röhrenquerschnittes ausserordentlich stark dämpfend, und man könnte daraufhin eine entsprechende Herabsetzung der Schwingungszahl durch die Glycerindämpfung erwarten. Das ist aber nicht der Fall, wie die folgende Berechnung zeigt. Bei dieser ist zu beachten, dass der Unterschied der Schwingungszahlen bei Glycerin- und Wasserfüllung sowohl durch den Unterschied der wirksamen Masse als durch den der Viskosität bedingt ist. Erstere ist durch den Unterschied im spezifischen Gewicht veranlasst, letztere kommt in den Unterschieden der Dekremente zum Ausdruck.

Tabelle XVIIIa.

Die beobachteten und berechneten Schwingungszahlen bei Wasser- und Glycerinfüllung.

I	II	III	IV	V	VI	VII
Druck	Wasserfüllung		Glycerinfüllung			
			beobachtet	berechnet		
	beobachtet	berechnet		ohne K'	mit K'	aus II
40	37,4	34,6	34,0	31,2	27,6	33,7
140	40,0	—	37,0	—	—	36,2

Die Tabelle XVIIIa enthält in Spalte II und IV die bei Wasser- und Glycerinfüllung beobachteten Schwingungszahlen, in Spalte III und V die unter Vernachlässigung der Dämpfung aus M' und E' berechneten; ferner ist in Spalte VI die Schwingungszahl mit Berücksichtigung der Dämpfung berechnet, wobei der aus dem Dekrement berechnete Wert für K' 47443 beträgt; schliesslich ist

in Spalte VII die Schwingungszahl für Glycerinfüllung aus der für Wasserfüllung beobachteten unter ausschliesslicher Berücksichtigung der Wirkung des spezifischen Gewichts ($37{,}4/\sqrt{1{,}23}$) berechnet.

Die Tabelle lehrt, dass im letztgenannten Falle die beobachtete und berechnete Schwingungszahl (Spalte IV und VII) nahezu gleich sind, d. h. also, dass sich der Unterschied der Schwingungszahlen bei Wasser- und Glycerinfüllung aus dem Unterschied der wirksamen Masse (des spezifischen Gewichts) erklärt, ein Einfluss der Viskosität auf die Schwingungszahl aber trotz der sehr starken Erhöhung derselben auf den 102fachen Wert gar nicht merklich ist. Dagegen zeigt sich der Einfluss der Viskosität deutlich in der Änderung der Dekremente, welche für Glycerinfüllung im folgenden (Brigg'sche Logarithm.) angegeben sind.

Tabelle XVIII b.

Die Dekremente bei Glycerinfüllung und Druck 40.

Amplituden	Differenz der Logarithmen
2,15 0,50 0,25	0,63347 0,30103

Die Dekremente sind zwar wieder inkonstant, ich habe aber versuchsweise das erste zur Berechnung von K' benützt. Der Vergleich der mit und ohne K' berechneten Schwingungszahl in Spalte V und VI Tabelle XVIIIa zeigt, dass unter dem Einfluss der Dämpfung eine Herabsetzung der Schwingungszahl um 3,6 nach der Theorie zu erwarten wäre. Danach müsste die Schwingungszahl bei Glycerinfüllung infolge des spezifischen Gewichts um 3 und unter dem Einfluss der Dämpfung um 3,6 gegenüber der Wasserfüllung abnehmen, im ganzen also von 37,4 auf rund 31. Da sie aber 34 beträgt, fehlt ein deutlicher Einfluss der Viskosität auf die Schwingungszahl.

Zweiter Versuch.

Zu den weiteren Versuchen diente das Prüfungsmanometer, an welchem zunächst die Dämpfung bei wechselndem E' untersucht wurde. Die benutzten Membrandurchmesser betrugen 0,72, 0,9 und 1,11 cm.

Das Manometer wurde mit einer horizontalen Röhre von 0,802 cm Durchmesser versehen, welche am freien Ende vertikal aufwärts ge-

bogen war. Die Länge der Flüssigkeitssäule von der Mündung in die Manometertrommel bis zum freien Spiegel betrug 162 cm. Die Drucke schwankten zwischen 50 und 150 cm Wasser. An diesem Manometer wurden Schwingungsversuche erst bei Glycerin- und darauf mit Wasserfüllung ausgeführt. Ihr Ergebnis ist in der Tabelle XIXa zusammengestellt.

Tabelle XIXa.

Die Schwingungszahlen und Dekremente im Versuch II (Glycerindämpfung).

Membran	Schwingungszahlen				Dekremente					
	Wasserfüllung		Glycerinfüllung		Wasserfüllung		Glycerinfüllung			
					Druck 50 cm	Druck 150 cm	Druck 50 cm		Druck 150 cm	
cm	Druck 50 cm	Druck 150 cm	Druck 50 cm	Druck 150 cm	mittl. Diff. d. Logar.	mittl. Diff. d. Logar.	Amplituden	Diff. d. Logar.	Amplituden	Diff. d. Logar.
1,11	15,4	18,9	12,9	13,2	0,10938	0,09811	7,10 2,75 2,40	0,41193 0,05912	11,40 2,85 2,35	0,60206 0,08377
0,90	22,6	26,6	16,9	19,4	0,06803	0,10697	10,45 3,00	0,54200	7,65 2,85	0,42882
0,72	27,0	39,0	25,1	26,3	0,11854	0,26834	8,70 2,90 2,55 2,30	0,47712 0,05586 0,04481	10,30 3,80 2,40 2,30 2,20	0,43306 0,19957 0,01848 0,01931

Zur Erklärung der Tabelle ist zu bemerken, dass unter den Dekrementen bei Wasserfüllung nur der Mittelwert aus den Differenzen der Brigg'schen Logarithmen der Amplituden angegeben ist, und dass bei Glycerinfüllung die (Brigg'schen) Logarithmen der Amplituden weggelassen und nur ihre Differenzen verzeichnet sind. Die Tabelle zeigt, dass die Schwingungszahlen bei Glycerinfüllung im allgemeinen nicht viel kleiner sind als bei Wasserfüllung. Nur im Versuch mit der Membran von 0,72 cm kommt eine Differenz von 12,7 Schwingungen vor, die aber auf einen „Sprung" bei der Wasserfüllung zurückzuführen ist, da sie der Berechnung nach viel zu gross ist und nur beim Druck 150, nicht aber beim Druck 50 auftritt.

Inwieweit die Differenz der Schwingungszahlen wieder auf das spezifische Gewicht der Flüssigkeiten zurückzuführen ist, zeigt Tabelle XIXb.

Tabelle XIXb.

Membran cm	Druck	I N bei Wasserfüllung	II berechnete Änderung von N unter dem Einfluss des spezifischen Gewichts	III N bei Glycerinfüllung beobachtet	IV II—III
1,11	50	15,4	13,9	12,9	+ 1,0
	150	18,9	17,0	13,2	+ 3,8
0,90	50	22,6	20,4	16,9	+ 3,5
	150	26,6	23,4	19,4	+ 4,0
0,72	50	27,0	24,3	25,1	— 0,8
	150	39,0	35,2	26,3	+ 8,9

Aus den für Wasserfüllung beobachteten Schwingungszahlen (Spalte I) sind die für Glycerinfüllung zu erwartenden (Spalte II) unter der Voraussetzung berechnet, dass nur das spezifische Gewicht von Einfluss auf die Änderung der Schwingungszahl ist. Der Vergleich mit den bei Glycerinfüllung beobachteten Schwingungszahlen (Spalte III) ergibt nun, dass die letzteren mit einer einzigen Ausnahme kleiner sind, als es dem Einfluss des spezifischen Gewichts entspricht. Die Differenz (Spalte IV) ist also dem Einfluss der Viskosität zuzuschreiben, der hier, im Gegensatz zum vorhergehenden Versuch, deutlich ist; er ist aber noch auffallend gering im Vergleich zu dem sehr grossen Einfluss der Viskosität auf die Strömung der Flüssigkeiten.

Dritter Versuch.

In diesem Versuch wurde der Einfluss der wirksamen Masse in der Weise geprüft, dass die Röhre des vorhergehenden Versuchs durch eine solche von 46 cm Länge und 0,76 cm Durchmesser ersetzt wurde; die wirksamen Massen $\left(\frac{L \cdot s}{Q}\right)$ betrugen daher

im Versuch II 394.5,
" " III . . . . 124,7.

Tabelle XXa.

I Membran mm D.	II Druck	III die beobachteten Schwingungszahlen bei Wasserfüllung	IV bei Glycerinfüllung	V III—IV	VI berechnete Änderung von N unter dem Einfluss des spezifischen Gewichts	VII VI—IV
7,2	40	60,1	42,8	17,3	54.2	11,4
	100	66,8	50,8	16,0	60,2	9,4
9,0	40	35,3	28,6	6,7	31,8	3,2
	100	46,0	35,6	10,4	41,5	5,9

Auch hier wurden Glycerin- und Wasserfüllung verglichen; die beobachteten Schwingungszahlen sind in Spalte III und IV der Tabelle XXa zusammengestellt; die in Spalte V stehenden Differenzen sind in diesem Falle sehr beträchtlich. Um den Anteil der wirksamen Masse an der Differenz festzustellen, sind in Spalte VI wieder die Schwingungszahlen berechnet, welche infolge der alleinigen Änderung des spezifischen Gewichts der Flüssigkeit zu erwarten sind. Der Vergleich der Spalten IV und VI ergibt, dass die so berechneten Schwingungszahlen noch wesentlich grösser sind als die bei Glycerinfüllung beobachteten; Spalte VII enthält diese Differenzen, welche auf den Einfluss der Erhöhung der Viskosität zu beziehen sind. Um nun weiter zu erfahren, ob diese Differenzen einigermaßen den theoretisch zu erwartenden entsprechen, wurden noch die Schwingungszahlen bei Wasser- und Glycerinfüllung mit und ohne Berücksichtigung der Reibung für Druck 40 berechnet; das Ergebnis ist in Tabelle XXb zusammengestellt; die Werte für E' findet man in Tabelle XVII (S. 191); zur Berechnung von K' wurden die Mittelwerte aus den Dekrementen benutzt (s. Tabelle XXc). Die Berechnung ergibt nun (Tabelle XX b), dass bei der Wasserfüllung die Wirkung der natürlichen Dämpfung auf die Schwingungszahl sehr gering ist, und dass die beobachteten und berechneten Schwingungszahlen befriedigend übereinstimmen. Bei der Glycerinfüllung zeigt sich eine sehr gute Übereinstimmung bei der Membran von 0,9 cm Durchmesser, dagegen eine Abweichung bei der Membran von 0,72 cm in der Art, dass die beobachtete Schwingungszahl gegen die berechnete um 7,5 zurückbleibt.

Tabelle XXb.

Die mit und ohne Berücksichtigung der Reibung berechneten Schwingungszahlen für den Druck 40.

	Membran cm	Mittelwerte der Dekremente	K'	Schwingungszahlen ohne Reibung	Schwingungszahlen mit Reibung	Differenz	beobachtete Werte
Wasserfüllung . . .	0,72	0,6851	16 435	59,1	57,7	1,4	60,1
Glycerinfüllung . .	0,72	0,9774	26 002	53,3	50,3	3,0	42,8
Wasserfüllung . . .	0,90	0,5770	9 104	38,9	38 2	0,7	35,3
Glycerinfüllung . .	0,90	1,7850	31 254	35,1	28,8	6,3	28,6

Tabelle XXc.

Künstliche Dämpfung	Dekremente: Membran 7,2 mm D., Druck 40 cm, Amplituden	Differenz d. Logarithm.	Membran 7,2 mm D., Druck 100 cm, Amplituden	Differenz d. Logarithm.	Membran 9,0 mm D., Druck 40 cm, Amplituden	Differenz d. Logarithm.	Membran 9,0 mm D., Druck 100 cm, Amplituden	Differenz d. Logarithm.
				Glycerinfüllung				
—	5,65	0,44030	6,00	0,58782	7,10	0,80987	7,55	1,13759
	2,05	0,40866	1,55	0,88930	1,10	0,74036	0,55	
	0,80		0,20		0,20			
				Wasserfüllung				
—	6,10	0,22304	7,55	0,17898	11,35	0,19168	10,15	0,32073
	3,65	0,27226	5,00	0,20066	7,30	0,26672	4,85	0,60656
	1,95	0,44493	3,15	0,29419	3,95	0,46627	1,20	0,42597
	0,70	0,36798	1,60	0,39121	1,35	0,43136	0,45	0,17609
	0,30	0,30103	0,65	0,26884	0,50	0,04576	0,30	0,07918
	0,15	0,17609	0,35	0,24304	0,45	0,17609	0,25	
	0,10		0,20		0,30	0,17609		
					0,20			
0,65	1,40	0,54407	1,60	0,60206	0,65	0,33579	0,50	0,69897
	0,40	0,20412	0,40	0,30103	0,30	0,77815	0,10	
	0,25	0,09691	0,20	0,60206	0,05			
	0,20		0,05					
0,40	0,40	0,20412	0,30	0,30103	0,25	0,39794	—	—
	0,25		0,15		0,00			

Es ist daher nicht wahrscheinlich, dass die an der Membran von 0,72 cm Durchmesser beobachtete starke Herabsetzung der Schwingungszahl bei Glycerinfüllung im Vergleich zur Wasserfüllung auf die Wirkung der Erhöhung der inneren Reibung zurückzuführen ist; wahrscheinlicher ist, dass hier wieder einer der im Abschnitt B beschriebenen „Sprünge" vorliegt. Denn auch bei Wasserfüllung, im übrigen gleichen Konstanten des Manometers, wurde unter dem Einfluss der Dämpfung durch äussere Reibung gleichfalls eine sehr starke Abnahme der Schwingungszahl beobachtet (s. Tabelle XVII, S. 191).

Schliesslich habe ich, um die Wirkung der Glycerindämpfung mit der durch äussere Reibung erzielten Dämpfung zu vergleichen, wieder die dynamischen Quotienten in beiden Fällen berechnet und die Einstellungszeit gemessen; das Ergebnis ist in Tabelle XXd zusammengestellt.

Tabelle XXd.

Membran cm	Dämpfung	Dynamischer Quotient: Wasserfüllung Druck 40	Dynamischer Quotient: Wasserfüllung Druck 100	Dynamischer Quotient: Glycerinfüllung Druck 40	Dynamischer Quotient: Glycerinfüllung Druck 100	Einstellungszeit von Druck 40 auf 100: Wasser Sek.	Einstellungszeit von Druck 40 auf 100: Glycerin Sek.	Einstellungszeit Druck von 100 auf 40: Wasser Sek.	Einstellungszeit Druck von 100 auf 40: Glycerin Sek.
0,72	unged.	0,59	0,73	0,51	0,55	0,009	0,010	0,013	0,014
0,72	0,65	0,14	0,16	—	—	0,013	—	0,016	—
0,72	0,4	0,04	0,03	—	—	0,023	—	0,024	—
0,90	unged.	0,61	0,79	0,38	0,40	0,013	0,018	0,022	0,023
0 90	0,65	0,035	0,03	—	–	0,029	—	0,037	—
0,90	0,4	0,01	0	—	=	0,057	—	0,069	—

Daraus geht hervor, dass der Quotient am ungedämpften Manometer bei Glycerinfüllung zwar durchweg kleiner ist als bei Wasserfüllung, aber doch in allen Fällen noch sehr beträchtliche Werte hat. An diesem Maßstab gemessen, ist also die dämpfende Wirkung durch Erhöhung der inneren Reibung sehr gering, wobei kaum ins Gewicht fällt, dass die wirksame Masse bei der Glycerinfüllung ein wenig grösser ist als bei Wasserfüllung, nämlich im Verhältnis von $1 : \sqrt{1{,}23}$. Demgegenüber ist die Dämpfung durch äussere Reibung von sehr viel grösserer Wirkung, auch wenn sie nicht so stark ist, dass dadurch eine aperiodische Einstellung herbeigeführt wird.

Bei dem auffallend geringen Einfluss, welchen die innere Reibung auf die Dämpfung in den vorangehenden Versuchen gezeigt hat, lag es nahe, die aus den Schwingungsversuchen ermittelte Konstante K' mit der aus Strömungsversuchen festzustellenden zu vergleichen, wie es Frank für Wasser (S. 594 der „Kritik“) mit dem Ergebnis getan hat, „dass der durch die Ausströmungsversuche bestimmte Koeffizient K' immer beträchtlich kleiner ist als der durch die Schwingungsversuche ermittelte“. Es wäre zu erwarten, dass die Unterschiede für Glycerin noch viel grösser ausfallen würden als für Wasser. Von einer derartigen Untersuchung habe ich aber Abstand genommen, da die aus den Strömungsversuchen ermittelten Werte von K' mit dem Druck und die aus Schwingungsversuchen bestimmten mit E' wechseln. Übrigens ist aus der Angabe Frank's nicht zu ersehen, ob die Schwingungsversuche in diesem Falle unter dem Einfluss einer elastischen Kraft oder der Schwere angestellt wurden.

3. Der Widerspruch zwischen Theorie und Experiment hinsichtlich der Dämpfung.

Über die Bedeutung der Dämpfung für die Eigenschaften der Manometer besteht ein Widerspruch zwischen Theorie und Experiment, welcher schon zu einem Meinungsaustausch zwischen Mach und Fick Veranlassung gegeben hat: In der ersten Auflage seiner Med. Physik hat Fick bei der Besprechung des Vierordt'schen Sphygmographen die Ansicht geäussert, das Instrument müsse mit möglichst geringer Masse und mit möglichst grossen Widerständen konstruiert werden. Demgegenüber kam Mach[1]) auf Grund seiner Theorie zu dem Ergebnis, dass man den Wellenzeichner mit möglichst grosser elastischer Kraft, aber mit möglichst geringem Widerstand zu konstruieren habe. Fick[2]) konnte sich zunächst „indessen nicht von der Anwendbarkeit der Mach'schen Formeln nach dieser Richtung überzeugen", räumte aber später[3]) den Folgerungen der Theorie doch eine gewisse Berechtigung ein: „Es ist also jedenfalls nicht vorteilhaft, besondere Widerstände in einem Wellenzeichner wirken zu lassen."

Auf dem gleichen Standpunkt hinsichtlich der Widerstände steht Frank in seiner „Kritik". Es heisst dort (S. 571): „Die Entstellungen der registrierten Kurven sind um so grösser, je grösser die beiden Konstanten, die Massenkonstante und die Dämpfungskonstante ist". (S. 572) „Auch durch Vergrösserung der Dämpfung kann man bis zu einem gewissen Grad die schädliche Wirkung der Masse verringern, man macht das Instrument aperiodisch durch diese Dämpfung. Dadurch wird aber eine neue Entstellung der Kurven hervorgerufen, die sehr schnell die Entstellung durch die Masse übertreffen kann." Neuerdings scheint aber Frank seine Ansicht über die Wirkung der Dämpfung geändert zu haben, wenigstens steht in den „Prinzipien"[4]): „Wie schon bemerkt worden ist, kann man die Dämpfung meist ohne Schwierigkeiten auf den passenden Grad bringen." Damit wird aber offenbar der Dämpfung eine günstige Wirkung zugeschrieben und ein Widerspruch mit der in der „Kritik" geäusserten Ansicht hergestellt, der allerdings auch

1) Mach, Wiener Sitzungsber. 1862 (2) S. 163 u. 166.
2) Fick, Mediz. Physik, 2. Aufl., S. 131. 1866.
3) Fick, Mediz. Physik, 3. Aufl., S. 149. 1885.
4) Zeitschr. f. Biol. Bd. 53 S. 453.

schon in dem zweiten der oben angeführten Sätze (S. 572 der Kritik) angedeutet ist.

Wie nun Cl. Schaefer[1]) in einer folgenden Abhandlung zeigen wird, ist dieser Widerspruch durch eine unrichtige Auslegung der Mach'schen Differentialgleichung hervorgerufen. Diese ist nämlich unter der Voraussetzung aufgestellt, dass die einwirkende Kraft eine stetig periodische ist, in welchem Falle nach geeigneter Zeit jede Spur der Eigenschwingungen verschwindet. Es können nun aber die Schwankungen des Blutdruckes nicht als stetige Änderungen einer äusseren Kraft aufgefasst werden; vielmehr stellt jeder Pulsschlag einen Stoss dar, der aufs neue die störenden Eigenschwingungen auslöst, und diese können in hinreichender Zeit nur durch passend gewählte Widerstände zum Verschwinden gebracht werden. Nach dieser Überlegung steht die Anwendung der künstlichen Dämpfung nicht mehr im Widerspruch mit den Ergebnissen der Theorie.

Was nun die experimentelle Untersuchung der Wirkung der Dämpfung anlangt, so bin ich im Jahre 1890[2]) zu dem Ergebnis gekommen, dass man die Leistungen der Manometer wesentlich erhöhen könne, wenn man sie durch Anbringung künstlicher Widerstände aperiodisch macht. Die Richtigkeit dieses Ergebnisses wird in der folgenden Abhandlung (S. 234) von neuem bestätigt, und wir können uns die günstige Wirkung der künstlichen Dämpfung in folgender Weise klarmachen: Da wir keine masse- und reibungslosen Manometer herstellen können, müssen wir die schädlichen Wirkungen der Massen tunlichst klein machen und kompensieren; diese bestehen in der Trägheit, welche in der zeitlichen Verzögerung der mitgeteilten Bewegung und im Beharrungsvermögen zum Vorschein kommt. Beide Störungen machen sich erst bei einem gewissen Grenzwert der Geschwindigkeit geltend; das Beharrungsvermögen wird bei geringer Geschwindigkeit durch die natürliche Reibung kompensiert.

Die trägen Massen bestehen bei dem Manometer

1. aus der im Manometer und in den Röhrenverbindungen eingeschlossenen Flüssigkeit,

---

1) Cl. Schaefer, Kritische Randglossen usw. S. 260.

2) Hürthle, Pflüger's Arch. Bd. 47 S. 8.

2. aus der elastischen Masse, welche sich mit dem Blutdruck ins Gleichgewicht zu setzen hat,
3. aus der Schreibvorrichtung.

Von diesen Massen spielt die Flüssigkeit die grösste Rolle; ihre Wirkung nimmt im allgemeinen mit der Länge und dem spezifischen Gewicht der Flüssigkeitssäule zu und mit ihrem Querschnitt ab; die Definition Frank's — wirksame Masse $= \frac{L \cdot s}{Q}$ — ist daher sehr zweckmässig.

Eine Verminderung der schädlichen Wirkung lässt sich dadurch erzielen, dass man erstens Länge und spezifisches Gewicht der Flüssigkeitssäule möglichst klein, den Querschnitt aber relativ gross wählt, und zweitens die Bewegungen der Flüssigkeitsteilchen tunlichst klein werden lässt; dieses erreicht man durch Beschränkung der zum Ausgleich einer bestimmten Druckdifferenz erforderlichen Flüssigkeitsverschiebung. Bei beiden Maßnahmen kommt man aber an eine Grenze; bei der Verkürzung der Röhren, weil der Abstand zwischen Manometer und Arterie nicht beliebig kurz gemacht werden kann, bei der Verkleinerung der Flüssigkeitsverschiebung, weil mit derselben die zur Bewegung der Schreibvorrichtung notwendige Kraft und der erzielbare Ausschlag abnimmt.

Unter diesen Umständen bleibt ein Teil der schädlichen Massen zurück, der nicht beseitigt, sondern nur kompensiert werden kann. Diese Kompensation wird durch künstliche Dämpfung erreicht, d. h. durch die Einschaltung eines besonderen Widerstandes an einer Stelle der Flüssigkeitssäule, am besten im Manometer selbst [1]). Der Widerstand wirkt verzögernd auf die Bewegung der Flüssigkeit und vermindert damit ihre lebendige Kraft, vermöge deren sie bei der Einwirkung einer Druckschwankung die neue Gleichgewichtslage überschreitet.

Während so die schädliche Wirkung der Masse, soweit sie sich im Beharrungsvermögen äussert, durch die künstliche Dämpfung

1) Die Einführung eines besonderen Widerstandes durch Erhöhung der Viskosität der Flüssigkeit hat sich in den vorangehenden Versuchen (Abschn. C II, 2) als nicht geeignet erwiesen, da die Trägheit der Flüssigkeit, gemessen am dynamischen Quotienten, durch die natürliche Dämpfung auch bei grosser Viskosität der Flüssigkeit nur wenig kompensiert wird, und die künstliche Dämpfung eine so starke Verlängerung der Einstellungszeit herbeiführt, dass das Instrument für physiologische Zwecke unbrauchbar wird.

kompensiert wird, wird sie andererseits durch Verzögerung der mitgeteilten Bewegung erhöht. Diese Verzögerung kann zwar durch Verkleinerung der wirksamen Masse und besonders durch Verkleinerung der am Manometer zu leistenden Arbeit (durch Erhöhung von E') sehr klein gemacht, aber nicht vollständig beseitigt werden. Es fragt sich daher, ob sie das künstlich gedämpfte Manometer für physiologische Zwecke nicht untauglich macht. Dies hängt einerseits von den an das Manometer zu stellenden Anforderungen (von der Schnelligkeit der Druckschwankungen) ab, andererseits von der Fähigkeit des gedämpften Manometers, eine bestimmte Druckdifferenz in gegebener Zeit darzustellen. Diese Eigenschaft des Manometers muss gleich oder grösser sein als die an das Instrument gestellte Forderung. Als Maßstab dient die Einstellungszeit, das ist die Zeit, welche das Manometer zur Darstellung einer bestimmten Druckdifferenz braucht. Diese Zeit hängt bei dem durch künstliche Dämpfung aperiodisch gemachten Manometer von zwei Faktoren ab: von der Grösse der wirksamen Masse und von der Grösse der zum Druckausgleich nötigen Flüssigkeitsverschiebung. Je kleiner die wirksame Masse, desto kleiner ist der zum aperiodischen Druckausgleich nötige Widerstand (Beispiel: Tab. XV a S. 186 und XVI b S. 188) und desto kleiner die Einstellungszeit; andererseits ist diese um so kürzer, je kleiner die zum Druckausgleich notwendige Flüssigkeitsverschiebung (je grösser E') ist (Tab. XX d S. 200); oder anders ausgedrückt: je kleiner die wirksame Masse ist, desto geringere Widerstände genügen, um das Instrument aperiodisch zu machen; je grösser E' ist, desto grössere Widerstände können ohne Beeinträchtigung der Einstellungsfähigkeit eingeschaltet werden. Ich halte daher die Messung der Einstellungszeit für ein wichtiges Kriterium der Leistungen des gedämpften Manometers und kann mich der Meinung Frank's[1]) nicht anschliessen, dass die Einstellungszeit „zum mindesten seit der Ausbildung der Theorie überflüssig geworden" sei. Ob die künstliche Dämpfung überflüssig, notwendig oder schädlich ist, muss im einzelnen Falle, zunächst durch Vergleich der Kurven des gedämpften und ungedämpften Manometers untersucht werden. Stimmen diese überein, so erscheint die Dämpfung überflüssig. Dieser Fall liegt beispielsweise vor, wenn man den Seitendruck in der

1) Frank, Prinzipien S. 452.

Karotis eines Hundes durch Einlegen einer endständigen Kanüle in die Arteria thyreoidea registriert. In solchen Fällen verdient aber doch die Anwendung der künstlichen Dämpfung den Vorzug, da durch diese die dynamische Rückwirkung des Manometers auf die treibende Kraft bedeutend vermindert wird, wie aus der folgenden Abhandlung S. 234 zu ersehen ist.

Bei höheren Anforderungen an das Manometer, z. B. bei der Registrierung des Kammerdruckes genügt der Vergleich der Kurven des gedämpften und ungedämpften Manometers aber nicht. Hier muss die Frage, ob nicht Einzelheiten des Druckverlaufes durch die künstliche Dämpfung ausgelöscht werden, durch den Vergleich der Kurven mit denen eines Instrumentes von höherer Leistungsfähigkeit entschieden werden, wie ich schon früher[1]) auseinandergesetzt habe.

D. Schwingungsversuche am Kapillarmanometer.

Das von Bayliss und Starling[2]) zuerst benutzte Instrument stellt nicht allein die einfachste Form dar, welche man einem Manometer geben kann, sondern auch diejenige, welche der Theorie am strengsten genügt; denn die Schreibevorrichtung ist vollkommen masselos, ausserdem ist der elastische Faktor und die wirksame Masse bequem zu variieren. Es war daher gewiss die Erwartung berechtigt, beim Kapillarmanometer werde sich eine weitergehende Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment zeigen, als es beim Federmanometer der Fall war, und es muss auffallen, dass Frank sich zwar an verschiedenen Stellen seiner Arbeiten mit dem Instrument beschäftigt, aber keine experimentelle Prüfung damit vorgenommen hat.

Das von mir benutzte Manometer bestand aus einer Röhre von gleichmässigem kreisförmigem Querschnitt, welche an einem Ende rechtwinklig umgebogen und am anderen geschlossen war (s. Fig. 3 S. 206). Unmittelbar vor dem geschlossenen Ende war die kurze Kapillare K rechtwinklig aufgesetzt; sie hatte eine Länge von etwa 8 mm und einen Durchmesser von 0,96 mm im Lichten, war also relativ weit; am Ende war sie geschlossen. Bleibt im oberen Teil der

---

1) Pflüger's Arch. Bd. 47 S. 14 u. 15.

2) Bayliss und Starling, Internat. Monatsschr. f. Anat. u. Physiol. Bd. XI. 1894.

Kapillare nach der Füllung der ganzen Röhre mit Wasser die Luft zurück, so stellt sie den elastischen Faktor des Manometers dar.

Von solchen Manometern wurden fünf Stück angefertigt, welche sich im Durchmesser der Röhren *RR* unterschieden. Diese betrugen 0,982, 0,760, 0,601, 0,440 und 0,170 cm. Die aufgesetzte Kapillare war in allen Fällen von gleicher Länge und gleichem Querschnitt. Die Länge der Flüssigkeitssäule betrug ferner in allen Fällen 40 cm vom Ende der Röhre bis zum Wasserspiegel (*S*) im umgebogenen Anfang der Röhre. Als Flüssigkeit wurde in einer ersten Versuchsreihe Quecksilber, in einer zweiten destilliertes Wasser benutzt. In beiden Reihen musste die Füllung der Röhren in etwas verschiedener Weise vorgenommen werden.

Bei der Füllung mit Quecksilber wurde die ganze Röhre einschliesslich der Kapillare bei offener Spitze mit Quecksilber ge-

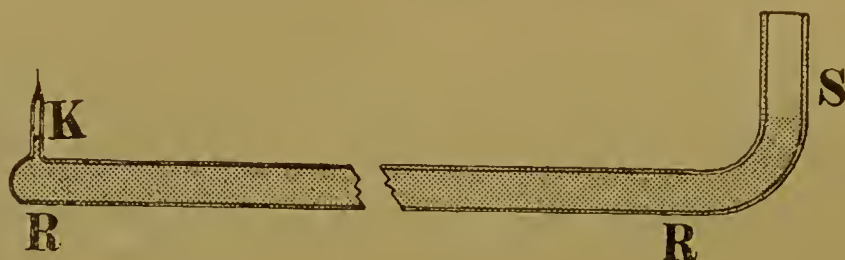


Fig. 3.

füllt, darauf das kapillare Ende durch Unterschieben eines Holzkeils langsam so weit gehoben, bis die in der Kapillare befindliche Luftsäule eine Länge von 6 mm hatte. In dieser Stellung wurde die Spitze mit einer Stichflamme zugeschmolzen und schliesslich mit einer Pipette aus dem Anfang der Röhre so viel Quecksilber entfernt, dass bei horizontaler Lagerung der Röhre der Flüssigkeitsspiegel im Anfang der Röhre 1 cm höher stand als in der Kapillare.

Die Wasserfüllung ist deshalb etwas schwieriger zu bewerkstelligen, weil man einerseits das Wasser in die Kapillare *K* bis zu einer gewissen Höhe eindringen lassen und andererseits verhindern muss, dass es durch Kapillarität das ganze Lumen ausfüllt. Man erreicht dies am sichersten dadurch, dass man die Kapillare vor der Füllung am oberen Ende zuschmilzt, dann das Röhrenende samt der Kapillare in ein Wasserbad von 25—40° C. taucht und nun in die Röhre *RR* vom offenen Ende her langsam destilliertes Wasser einfliessen lässt, während dieses Ende schräg aufwärts gerichtet ist. Entfernt man nun nach vollendeter Füllung das ge-

schlossene Ende aus dem warmen Wasser, so verkleinert sich bei der Abkühlung je nach der Temperatur, die man dem Wasserbad gegeben hatte, das in der Kapillare befindliche Luftvolum so viel, dass der Flüssigkeitsspiegel in die Kapillare bis zur gewünschten Höhe eindringt.

Zunächst wurden die Versuche bei Quecksilberfüllung und nachher bei Wasserfüllung der Röhren angestellt. Zum Zweck der Registrierung der Schwingungen wurden die Röhren auf der optischen Bank so befestigt, dass der in der Kapillare befindliche Flüssigkeitsmeniskus durch einen Zeiss'schen Mikroplanar ($F = 20$ mm) bei 23facher Vergrösserung in der Ebene des Film abgebildet wurde.

Die Eigenschwingungen der Flüssigkeitssäule wurden, wie in den vorhergehenden Versuchen, dadurch erzeugt, dass eine Druckflasche, in welcher die Luft bis zu einem Druck von 140 cm Wasser komprimiert war, mit dem offenen Ende der Röhre RR durch einen Dreiweghahn verbunden und die Flüssigkeitssäule durch rasche Drehungen des Hahnes Druckschwankungen von 0—140 cm Wasser ausgesetzt wurde.

Die bei der Ausmessung der Kurven erhaltenen Werte sind in der Tab. XXII zusammengestellt, welche ausserdem noch die berechneten Schwingungszahlen zum Vergleich enthält sowie die der Berechnung zugrunde gelegten Werte von M' und E'.

Tabelle XXII.

Die im Versuch 1 am Kapillar-Manometer beobachteten und berechneten Schwingungszahlen.

Röhrendurchmesser	Hg-Füllung				Wasserfüllung					
			N beobachtet				N beobachtet			
							Druck 0		Druck 140	
cm	M'	N berechn. f. Druck 0	Druck 0	Druck 140	M'	N berechn. f. Druck 0	Mittel	Max. Min.	Mittel	Max. Min.
0,170	23967	14	15	18	1762	52	66	64 68	76	75 76
0,440	3578	36	45	48	263	135	137	129 142	89	87 92
0,601	1918	50	50	50	141	184	125	105 136	85	83 89
0,760	1199	64	—	85	88	233	197	192 200	146	134 168
0,982	718	81	—	96	53	301	194	172 210	123	118 132

$E' = 180 \cdot 10^6$.

Zur Berechnung von E' musste das in der Kapillare K befindliche Luftvolum festgestellt werden. Dies geschah durch Berechnung aus der Länge und dem Durchmesser der Kapillare. Da aber das obere Ende derselben kegelförmig ausgezogen und der Inhalt dieses Teils ungenau zu bestimmen war, wurde die Berechnung noch durch die Volumänderung kontrolliert, welche die Luft bei einer Drucksteigung von bestimmtem Werte erfuhr. Die beiden berechneten Werte stimmten nahezu überein.

Tabelle XXII zeigt nun, dass im Falle der Quecksilberfüllung der Röhren die beobachteten Schwingungszahlen in hinreichender Übereinstimmung mit den berechneten sind, dass dagegen im Falle der Wasserfüllung die beiden Werte wenigstens bei den drei weiteren Röhren sehr stark von einander abweichen, in dem Sinne, dass die beobachteten Schwingungszahlen gegen die berechneten erheblich zurückbleiben. In diesem Falle sind auch die Abweichungen zwischen den Einzelmessungen recht erheblich; die Maxima und Minima innerhalb jedes Versuchs sind den Schwingungszahlen in Kleindruck beigefügt. Noch auffallender ist die Tatsache, dass die beim hohen Druck (140 cm Wasser) registrierten Schwingungen mit einer Ausnahme langsamer sind als die beim niedern Druck (0) verzeichneten, ein Ergebnis, welches sowohl der Theorie widerspricht, als auch in den früheren Versuchen nur ganz ausnahmsweise beobachtet wurde. Ich glaubte daher zunächst, dass hier eine Verwechslung der Kurven stattgefunden habe, allein eine wiederholte Untersuchung bestätigte das vorher gewonnene Ergebnis.

Bei diesem Ergebnis schien es mir notwendig, noch eine weitere Modifikation der am Kapillarmanometer angestellten Versuche vorzunehmen, bestehend in einer Versuchsreihe mit fortschreitender Verkürzung der Röhre. Zu dieser wählte ich eine zylindrische Röhre von 8,01 mm Durchmesser und 155 cm Länge; sie wurde an dem einen Ende geschlossen und unmittelbar vor demselben die Kapillare K von 1,26 mm Durchmesser und 9 mm Länge vom Glasbläser aufgesetzt und an der Spitze geschlossen. Da die Röhre RR (Fig. 3 S. 206) beim Versuch horizontal zu liegen kam, wurde das freie Ende zur Erzielung eines senkrecht zur Röhrenachse stehenden Flüssigkeitsspiegels rechtwinklig umgebogen. Um ferner bei der Kürzung der Röhre das Ende nicht jeweils von neuem biegen zu müssen, wurde das umgebogene Ende 4 cm von der Biegungsstelle entfernt abgeschnitten und die beiden

Schnittstellen durch ein kurzes Stück von wenig dehnbarem Gummischlauch bis zur Berührung wieder miteinander vereinigt.

Die Schwingungsversuche wurden ausschliesslich mit destilliertem Wasser angestellt und die Füllung in der oben (S. 206) beschriebenen Weise vorgenommen. Die Länge der Flüssigkeitssäule vom Röhrenende bis zum Flüssigkeitsspiegel S im vertikalen Schenkel des gebogenen Rohres in den einzelnen Versuchen ist in der Tabelle XXIII verzeichnet. Bei jeder Röhrenlänge wurden drei Versuche angestellt, nämlich mit Druckschwankungen 1. von 0—50, 2. von 50—100 und 3. von 50—150 cm Wasser.

Tabelle XXIII.

Schwingungszahlen des Kapillar-Manometers bei fortschreitender Verkürzung der Röhre.

L	M'_F	Schwingungszahlen beobachtet beim Druck 0 cm	50 cm	100 cm	150 cm	berechnet für Druck 50 cm
153	304	67	90	91	—	90
125	248	—	94	101	89	99
100	198	125	101	117	90	111
75	149	171	123	104	99	128
50	99	165	130	100	102	157
25	50	—	131	104	105	222
12,5	25	—	131	111	115	313

$E' = 96 \cdot 10^6$.

Die Schwingungen des in der Kapillare stehenden Flüssigkeitsmeniskus wurden, wie im vorhergehenden Versuche, 23fach vergrössert photographisch registriert. Die gemessenen sowie die berechneten Schwingungszahlen sind in Tabelle XXIII verzeichnet und in Fig. 4 Taf. II graphisch dargestellt. In diese sind nur die Schwingungszahlen beim Druck 50 und 100 aufgenommen, da, wie die Tabelle zeigt, beim Druck 0 einige Messungen fehlen (die Schwingungen waren nicht scharf abgebildet) und die Schwingungszahlen beim Druck 150 von den beim Druck 100 entstandenen nicht wesentlich abweichen.

Das in den Zahlen und Kurven niedergelegte Ergebnis lässt sich folgendermaßen zusammenfassen: Solange die Röhre eine Länge von mehr als 100 cm besitzt, also bei den langsamen Schwingungen, befinden sich Experiment und Berechnung in befriedigender Über-

einstimmung; bei einer Röhrenlänge von 75 cm aber tritt die auffallende Erscheinung ein, dass die Schwingungszahl beim Druck 100 abnimmt, während sie beim Druck 50 stark in die Höhe geht, so dass also die Schwingungszahl bei der grösseren Elastizitätskonstanten kleiner wird als bei der niederen, was der Theorie widerspricht. Endlich sehen wir, dass bei weiterer Kürzung der Röhre die Schwingungszahlen beim Druck 50 nur ganz unwesentlich grösser werden, beim Druck 100 sogar zunächst noch abnehmen, um erst bei weiterer Verkürzung nur unwesentlich in die Höhe zu gehen. Wie Tabelle und Kurven zeigen, ist die Differenz zwischen den berechneten und beobachteten Schwingungszahlen von der Röhrenlänge 75 cm ab eine ganz bedeutende.

Die Theorie versagt also beim Kapillarmanometer von einer gewissen Grenze an vollständig, und es ist kein Zweifel, dass die Abweichungen zwischen Theorie und Experiment mit wachsendem E' noch auffallender werden würden, d. h. wenn die Kapillare K (Fig. 3) von etwa 1 mm lichter Weite durch eine engere ersetzt würde.

E. Schwingungsversuche am Gummimanometer mit sehr hoher Elastizitätskonstante.

Durch das Ergebnis der am Kapillarmanometer angestellten Schwingungsversuche wird man vor die Frage gestellt, ob die beobachtete Differenz zwischen Theorie und Experiment durch eine Eigentümlichkeit des Kapillarmanometers oder nur dadurch hervorgerufen ist, dass die Elastizitätskonstante dieses Manometers im Vergleich zu jener der früher benutzten Federmanometer eine sehr hohe ist. Auf die letztere Möglichkeit wird man durch die Tatsache hingewiesen, dass auch beim Federmanometer die beobachteten Schwingungszahlen um so mehr von den theoretisch berechneten abweichen, je mehr die Membran verkleinert, die Volumelastizität also erhöht wurde. Zur Entscheidung der Frage habe ich einen Versuch an einem Gummimanometer von sehr hoher Elastizitätskonstante in folgender Weise angestellt:

Das Prüfungsmanometer wurde mit einer Gummimembran von 0,3 mm Dicke in stark (linear fast auf das Doppelte) gespanntem Zustand überzogen und auf die Membran eine Scheibe (A Fig. 1, S. 157) mit nur 3,4 mm Öffnung aufgeschraubt. Die Bewegungen der Membran wurden durch einen Hebel von äusserst geringem

Trägheitsmoment (s. unten) 4,4 fach vergrössert und dessen Ausschläge wieder optisch vergrössert registriert. Der Hebel bestand aus einem Aluminiumstiftchen von 7 mm Länge, auf welches ein Stückchen Strohhalm von 8 mm Länge gesteckt war, dessen Spitze noch durch ein Glasfädchen um 3 mm verlängert war. Die Achse des Hebels bestand aus einem Stahldraht von 0,2 mm Dicke und 56 mm Länge, welcher auf der Spannvorrichtung des Manometers Fig. 1b (S. 241) befestigt war. In seiner Mitte wurde er durch das am Ende geschlitzte Aluminiumstiftchen umfasst und bei den Bewegungen des Hebels torquiert. Dadurch wurde Schlottern und Reibung in Gelenken vermieden. Die elastische Beanspruchung des Stahldrahtes war aber sehr klein im Vergleich zu der der Gummimembran, so dass der Stahldraht im wesentlichen als Achse diente und das Manometer als Gummimanometer betrachtet werden konnte. Die Bewegungen der Membran wurden auf den Hebel durch ein weiteres Aluminiumstiftchen übertragen, welches unten in einer Platte von 2 mm Durchmesser und oben in einem Querstiftchen endigte, gegen welches der Hebel durch ein ganz dünnes Gummireifchen angedrückt wurde. Die Hebelarme betrugen 13,2 und 3 mm, die mechanische Vergrösserung also 4,4. Die Ausschläge der Hebelspitze wurden durch das Objektiv A 68 fach vergrössert registriert. — Die Gesamtvergrösserung der Bewegung der Grundplatte war daher eine 299,2-, rund 300 fache. Das Gewicht des Hebels betrug 0,0109 g; das des Stiftes mit Grundplatte und Gummiring 0,0136 g. Daraus berechnet sich die reduzierte Masse des Hebels zu höchstens 0,06.

Vor den Schwingungsversuchen wurde eine Eichung mit Hilfe des Kapillarvolumeters vorgenommen, welche für eine Druckschwankung um 80 (von 20—100) cm Wasser eine Volumänderung von 2,18 cbmm (wesentlich mehr als die berechnete) ergab. Daraus berechnet sich E' zu 36×10^6. Der Ausschlag der Hebelspitze (ohne optische Vergrösserung) betrug 0,15 mm für 50 cm Wasser.

An das Manometer war durch Vermittlung des Revolverhahns eine Röhre von 7,1 mm Durchmesser und 156 cm Länge angesetzt. An das freie Ende derselben war ein kurzes, rechtwinklig umgebogenes Glasröhrchen gleicher Weite durch ein Stück starkwandigen, sehr wenig dehnbaren Kautschukschlauches (zu dem beim Kapillarmanometer S. 208—209 angegebenen Zweck) so angesetzt, dass sich die Glasflächen unmittelbar berührten. Am senkrechten Teil des gebogenen Röhrchens war eine Marke derart angebracht, dass die Länge der

Flüssigkeitssäule von der Marke bis zur Einmündung in den Manometerkörper zunächst 160 cm betrug. Nach den damit angestellten Schwingungsversuchen wurde die gerade Röhre derart gekürzt, dass die Länge der Flüssigkeitssäule nach der jeweiligen Ansetzung des gebogenen Röhrchens 130, 100, 80, 60, 40 und 20 cm betrug.

Bei den einzelnen Rohrlängen wurden Schwingungsversuche am ungedämpften Manometer angestellt, in welchen der Druck zwischen 50 und 100 cm Wasser schwankte. Das Ergebnis dieser Versuche zeigt die Tabelle XXIV.

Tabelle XXIV.

Die am Gummimanometer von hoher Elastizität beobachteten und berechneten Schwingungszahlen.

I	II	III	IV	V
Röhrenlänge cm	M'_F	Schwingungszahlen beobachtet beim Druck 50 cm	Schwingungszahlen beobachtet beim Druck 100 cm	Schwingungszahlen berechnet für Druck 50 cm
160	403,9	87,9	91,1	47,5
130	328,3	94,7	95,7	52,7
100	252,6	98,3	102,5	60,1
80	202,0	99,3	99,8	67,2
60	151,5	104,6	94,5	77,6
40	101,0	98,8	98,1	95,0
20	50,5	100,5	93,6	134,4

Das Ergebnis dieses Versuchs ist noch überraschender als das entsprechende am Kapillarmanometer: die beobachteten Schwingungszahlen wachsen bei der Verkürzung der Röhre von 160 auf 20 cm nur wenig, die grösste Differenz beträgt 17 Schwingungen, und das Maximum fällt nicht auf die kürzeste Röhre.

Um das gänzliche Versagen der Theorie in diesem Falle zu zeigen, sind die theoretisch zu erwartenden Schwingungszahlen berechnet und in Spalte V der Tabelle XXIV verzeichnet. Wegen des äusserst geringen Trägheitsmomentes des Hebels ist dessen Einfluss bei der Rechnung vernachlässigt, und die Zahlen sind nach der Formel $T = 2\pi\sqrt{\frac{M'_F}{E'}}$ berechnet. Während bei der grössten Länge der Röhre die Schwingungszahlen, die am Kapillarmanometer noch befriedigend mit den berechneten übereinstimmten, im vorliegenden Falle fast den doppelten Wert der berechneten erreichen, bleiben

umgekehrt bei der geringsten Länge der Röhre die beobachteten Schwingungszahlen um 30—40 gegen die berechneten zurück.

In Übereinstimmung mit den Versuchen am Kapillarmanometer zeigt sich, dass die Schwingungszahlen bei dem höheren Druck (100 cm W.) bis zur Rohrlänge von 80 cm grössere Werte haben als bei dem geringeren (50 cm W.), dass sich aber bei der weiteren Verkürzung der Röhre das Verhältnis wieder umkehrt.

Die Dekremente zeigen im allgemeinen eine Zunahme mit fortschreitender Verkürzung der Röhre (s. Tab. XXIVa; die Logarithmen sind wieder Brigg'sche und nur ihre Differenzen aufgenommen). Wie in früheren Versuchen sind auch hier die Dekremente nicht konstant, sondern in den meisten Fällen sehr stark wechselnd.

Tabelle XXIVa.

Die Dekremente.

L	Druck 50 cm Wasser		Druck 100 cm Wasser	
	Amplituden	Differenz der Logarithmen	Amplituden	Differenz der Logarithmen
160	3,40 2,80 2,50 2,50 2,10 1,25 0,60	0,08432 0,04922 0,00000 0,07572 0,22531 0,31876	3,10 2,00 1,65 1,75 1,75 1,75 0,95 0,90 0,90	0,19033 0,08355 — 0,02556 0,00000 0,00000 0,26532 0,02348 0,00000
100	2,90 2,50 1,70 1,55 1,10 1,00	0,06446 0,16749 0,04012 0,14894 0,04139	2,95 1,50 1,25 1,40 1,10	0,29373 0,07918 — 0,04922 0,10474
60	2,00 1,45 0,95 0,65 0,45	0,13966 0,18365 0,16481 0,15970	1,00 0,65 0,45 0,45 0,35	0,18709 0,15970 0,00000 0,10914
20	1,00 0,60 0,25 0,25 0,20	0,22185 0,38021 0,00000 0,09691	0,90 0,70 0,40	0,10914 0,24304

Da die vorhergehenden Versuche übereinstimmend lehren, dass bei Manometern von hoher Schwingungszahl die Theorie nicht in

Einklang mit den Tatsachen ist, so kann die theoretisch berechnete Schwingungszahl bei solchen Instrumenten keinesfalls das Kriterium für ihre Güte bilden. Für die empirisch festgestellten Schwingungszahlen müsste aber erst noch der Nachweis erbracht werden, dass sie den Leistungen des Manometers als Wellenzeichner parallel gehen. Damit sind auch die Gründe hinfällig, mit welchen Frank[1]) die Unübertrefflichkeit seines „Spiegelmanometers höchster Güte" erwiesen zu haben glaubt.

F. Schwingungsversuch am Prüfungsmanometer mit der Membran von 7,2 mm und einer Zuleitungsröhre von 12 mm Durchmesser.

In den vorhergehenden, in den Abschnitten D und E beschriebenen Versuchen, hat sich die Theorie bei der Erhöhung der Elastizitätskonstanten als ungültig erwiesen. Da die Wirkung dieser Konstanten in einer Zunahme der Schwingungszahlen besteht, so muss man fragen, ob die Theorie nicht auch unter anderen Einflüssen von gleicher Wirkung ihre Gültigkeit verliert. Diese anderen Einflüsse bestehen in einer Verkleinerung der wirksamen Masse, sei es durch Verkürzung der Zuleitungsröhren, sei es durch Vergrösserung ihres Querschnitts. Tatsächlich haben wir schon im ersten Versuch bei der Verkleinerung der wirksamen Masse Unregelmässigkeiten eintreten sehen (s. Fig. 3 Taf. II). Ich habe daher den Versuch am Prüfungsmanometer mit einer etwas weiteren Röhre wiederholt. Sie hatte 12 mm Durchmesser im Lichten, war aber nicht genau zylindrisch, sondern war an dem am Manometer befindlichen Ende etwa um 0,2 mm enger und am freien Ende um ebensoviel weiter. Wie in den im Abschnitt B beschriebenen Versuchen war die Röhre so mit dem Manometerkörper verbunden, dass sie die Verlängerung desselben bildete und vertikal stand. Das freie obere Ende war mit einem durchbohrten Gummistöpsel verschlossen. Durch dessen Öffnung war eine Glasröhre von 5 mm Durchmesser gesteckt, welche die Druckschwankungen auf den Flüssigkeitsspiegel übertrug. Die 12 mm-Röhre hatte zunächst eine Länge von 162 cm von der Membran des Manometers an gerechnet. Die entsprechenden Höhen der Wassersäulen sind aus der Tabelle XXV zu ersehen. Nachdem die Schwingungsversuche bei dieser Länge angestellt waren, wurde die Röhre dreimal um je 20 cm und darauf um je 10 cm bis zur Länge von 12 cm gekürzt und

---

1) Frank, Zeitschr. f. Biol. Bd. 53 S. 553 und 554.

bei jeder dieser Längen Schwingungsversuche angestellt. Die bei den einzelnen Versuchen auf die Membran einwirkenden Drucke sowie die beobachteten und berechneten Schwingungszahlen sind in der Tabelle XXV verzeichnet und in Fig. 5 Taf. II graphisch dargestellt.

Tabelle XXV.

Röhrenlänge cm	Druck auf die Membran cm Wasser		Schwingungszahlen pro Sek.		Schwingungszahlen berechnet
160	160	240	54	55	50
140	140	220	61	63	53
120	120	200	65	66	58
100	100	200	65	69	63
90	100	200	77	85	67
80	100	200	81	87	71
70	100	200	87	99	76
60	100	200	84	84	82
50	100	200	85	91	90
40	100	200	79	87	100
30	100	200	79	94	116
20	100	200	82	91	142
10	100	200	82	89	200

Aus diesen Zahlen und Kurven geht hervor, dass die Verkleinerung der wirksamen Masse, welche durch die Verkürzung der Röhre herbeigeführt wurde, nur bis zur Länge von 120 cm einen Einfluss auf die Schwingungsdauer ausübt, und dass von dieser Röhrenlänge ab durch die Verkleinerung der wirksamen Masse nur ausnahmsweise noch eine Erhöhung der Schwingungszahl bewirkt wird.

In Verbindung mit den in den Abschnitten D und E geschilderten Befunden kommen wir also zu dem Ergebnis, dass die Theorie sowohl bei der Erhöhung der Elastizitätskonstanten über einen gewissen Wert als auch bei der Verkleinerung der wirksamen Masse unter einen solchen versagt.

G. Schwingungsversuche am Hebelmanometer für Russschreibung.

Die Versuche am Russhebelmanometer sind die wichtigsten, da dieses Instrument wegen der sehr viel einfacheren Handhabung gegenüber der optischen Registrierung vorwiegend gebraucht wird. Bei der experimentellen Prüfung dieser Manometer habe ich mich auf das im Jahre 1898[1]) von mir angegebene Modell beschränkt, bei

1) Hürthle, Pflüger's Arch. Bd. 72 S. 566.

welchem die Stahlfeder auf Torsion beansprucht wird, und habe in erster Linie untersucht, ob der Vorwurf Frank's berechtigt ist oder nicht, dass der Membranquerschnitt bei diesem Instrument unrationell, nämlich zu klein gewählt sei, woraus Frank sonderbarerweise den Schluss zieht, dass damit das Prinzip der kleinstmöglichen Flüssigkeitsverschiebung als falsch erwiesen sei [1]).

Zu diesem Zwecke habe ich eine Versuchsreihe am Prüfungsmanometer angestellt, in welcher die Schwingungszahlen bei wechselndem Membranquerschnitt festgestellt wurden. Die Durchmesser der Membranen betrugen 0,54, 0,72, 0,90 und 1,11 cm; das mit den genannten Membranen ausgerüstete Manometer wird im folgenden als Man. I, II, III und IV bezeichnet.

Zur Gewinnung vergleichbarer Resultate musste in diesem Falle der Hebelausschlag für einen bestimmten Druckzuwachs [2]) in allen Fällen gleich gehalten werden. Lässt man bei Benutzung der grösseren Membran mit der entsprechenden Grundplatte die Feder unverändert, so wird selbstverständlich mit der Zunahme der Druckfläche die Beanspruchung der Feder stärker und der Hebelausschlag grösser. Ich habe daher für die vier Membranen vier Federn verschiedener Stärke eingesetzt, deren Maße in der Tabelle XXVI a S. 217 angegeben sind. Untersucht man, welche Dimension auf die Stärke der Feder (bei Beanspruchung auf Torsion) den grössten Einfluss hat, so zeigt sich, dass Änderungen der Länge und der Höhe der Feder einen verhältnismässig geringen Einfluss auf die Federkraft haben, desgleichen die Änderung der Spannung, dass dagegen die Federkraft mit der Verdickung der Feder ganz erheblich zunimmt.

Man sieht aus Spalte IV der Tabelle XXVI a, dass schon geringe Änderungen der Dicke zur Kompensation der steigenden Kraft genügen; kleine Änderungen der Federkraft können durch Änderung der Länge und der Spannung hergestellt werden. Auf diese Weise gelang es, die Ausschläge für einen bestimmten Druckzuwachs annähernd gleich zu machen. Spalte V der Tabelle zeigt die erhaltenen

---

1) Siehe die vorhergehende Abhandlung S. 149.

2) Frank hat für diese Eigenschaft des Manometers den Ausdruck Empfindlichkeit eingeführt; da man aber darunter gewöhnlich die Fähigkeit eines Manometers versteht, minimale Kraftänderungen darzustellen, ohne Rücksicht auf die Grösse der Ordinaten, so unterscheide ich im folgenden die beiden Eigenschaften als statische und dynamische Empfindlichkeit.

Werte. Bei Betrachtung dieser Zahlen ist besonders zu beachten, dass der Ausschlag bei Man. III um 0,4 mm und auch bei Man. IV merklich geringer ist als bei I und II; das Man. III wird also immerhin um 6 % weniger beansprucht als das Man. II, ist also im Vorteil gegen das letztere.

Tabelle XXVIa.

Das Russhebelmanometer.

I	II	III	IV	V	VI	VII
Manometer	Feder-			Für eine Druckschwankung von 20—100 cm Wasser		Gewicht d. Grundplatten mit Rahmen
	Länge mm	Höhe mm	Dicke mm	Ausschlag cm	Volumenzuwachs cbmm	g
I (0,54)	52	2,06	0,10	0,66	4,5	0,2317
II (0,72)	52	1,81	0,18	0,66	8,0	0,3042
III (0,90)	59,5	2,06	0,20	0,62	14,0	0,4870
IV (1,11)	53	1,96	0,22	0,65	23,0	0,6676

I	VIII	IX	X	XI	XII	XIII
Manometer	Hebel I mit Rahmen und Grundplatte		Hebel II mit Rahmen und Grundplatte		N der Feder mit Hebel, Rahmen und Grundplatte	
	M_H	M'_H	M_H	M'_H	Hebel I	Hebel II
I (0,54)	34,8	663	14,0	267	22	30
II (0,72)	34,8	210	14,1	85	34	44
III (0,90)	35,0	87	14,2	35	43	53
IV (1,11)	35,2	38	14,4	15	51	57

Da der „rationelle Querschnitt" sowohl von der wirksamen Masse der Flüssigkeit M'_F, als auch von der reduzierten Masse des Hebels M_H abhängt, habe ich auch diese beiden Faktoren variiert: M'_F durch Röhren von verschiedenem Querschnitt, M_H durch zwei Hebel von verschiedener Masse bei gleicher Länge der Hebelarme.

Röhre I hatte einen Durchmesser von 7,6, Röhre II von 3,14 mm; beide waren am Ende rechtwinklig umgebogen, und in beiden Fällen hatte die Flüssigkeitssäule eine Länge von 43 cm von der Mündung in den Manometerkörper an gerechnet bis zur freien Oberfläche; damit hatte die wirksame Masse in der weiteren Röhre einen Wert von nicht ganz 100, wie er bei den gewöhnlichen Druckmessungen in den Arterien vorkommt, die andere einen solchen

von rund 550, der etwa bei der Registrierung des Druckablaufs in den Herzhöhlen durch Vermittlung eines Katheters auftritt; zu beiden kommt noch die wirksame Masse der Flüssigkeit innerhalb des Manometerkörpers mit rund zwei.

Als Hebel verwendete ich, wie immer bei meinen Manometern, röhrenförmige Strohhebel von verschiedener Masse; Hebel I hatte eine Länge von 11,5 cm und ein Gewicht von 0,0614 g; er hat die grösste Masse pro Längeneinheit, die je in meinen Versuchen zur Verwendung kam; meist wurden leichtere Hebel verwendet; beim Hebel II waren die entsprechenden Werte 10,8 cm und 0,0233 g. Die verschiedene Länge der beiden Hebel wurde dadurch ausgeglichen, dass der mit der Feder verbundene Stift (*St* Fig. 1 S. 157, von 1,3 cm Länge und 0,0388 g) nahe dem Ende dünner war als an seiner Verbindung mit der Rolle, und dass der schwere Hebel 7 mm tiefer eingesteckt wurde als der leichte. So hatten beide bei der Verbindung mit dem Stift eine Länge von 12,0 cm von der Feder bis zur Spitze. Der Angriffspunkt befand sich 0,3 cm von der Feder entfernt, die Hebelvergrösserung war also eine 40 fache.

Der wesentlich schwächere Hebel II wurde noch besonders auf dynamische Durchbiegung in der Weise geprüft, dass der Ausschlag bei der plötzlichen Einwirkung eines Druckes von 50 cm Wasser, wie er bei den Schwingungsversuchen zur Verwendung kam, vom Manometer abwechselnd mit dem zu prüfenden Hebel und einem stärkeren von nur 6 cm Länge registriert wurde. Bei der Ausmessung der Kurven unter dem Mikroskop ergab sich keine merkliche Durchbiegung des langen Hebels; die Ordinaten der grössten Schwingung und der neuen Gleichgewichtslage waren proportional.

Die Trägheitsmomente und reduzierten Massen der beiden Hebel in Verbindung mit Rolle, Rahmen und Grundplatte von 7 mm sind in Tabelle XXVI b zusammengestellt.

Tabelle XXVI b.

	Hebel I		Hebel II	
	Θ	M	Θ	M
Rolle	0,017244	0,20	0,017244	0,20
Stift	0,021857	0,243	0,021857	0,243
Strohhebel	3,06950	34,106	1,1988	13,320
Rahmen und Grundplatte für die Membran von 7,2 mm .	—	0,304	—	0,304
	—	34,853	—	14,067

Die reduzierten und die wirksamen Massen der Hebel bei Verwendung der übrigen Grundplatten sind in Tabelle XXVI a Spalte VIII bis XI enthalten.

Zu den Schwingungsversuchen wurden die Manometer sorgfältig mit destilliertem Wasser gefüllt und die folgenden Eichungen vorgenommen:

1. des Ausschlages der Hebelspitze von 20—100 cm Wasser mit Hilfe des S. 246 der technischen Abhandlung beschriebenen Eichungsapparates;
2. die Volumeichung für denselben Druckzuwachs mit Hilfe des Kapillarvolumeters (s. S. 249).

Daran schlossen sich die Schwingungsversuche. Das Manometer wurde in der früher S. 155 beschriebenen Weise mit den beiden Druckflaschen verbunden, in welchen ein Druck von 40 bezw. 90 cm Wasser hergestellt war. Um den Einfluss der Reibung der Hebelspitze am berussten Papier festzustellen, wurden die Schwingungen des Hebels zuerst durch Russschreibung registriert, wobei nur der Hebel I zur Verwendung kam. Ein Gehilfe hatte darauf zu achten, dass die Reibung der Hebelspitze am Papier auf das notwendige Minimum beschränkt blieb. Unmittelbar darauf wurde durch Lichtschreibung mit beiden Hebeln registriert. Zu diesem Zwecke wurde die Mitte des Hebels durch ein photographisches Objekt vergrössert auf das lichtempfindliche Band des Kymographions für optische Registrierung geworfen. Nach den einzelnen Versuchen wurde die Röhre bezw. der Hebel gewechselt und auch je zwei Versuche am gedämpften Manometer angestellt. Nach Beendigung der Schwingungsversuche wurden die Manometer ausserdem noch mit künstlichen Druckschwankungen geprüft, worüber in der folgenden Abhandlung berichtet wird. Schliesslich wurden die Manometer entleert und nach Entfernung der Membran die Eigenschwingungen der Feder in Verbindung mit Rolle, Hebel, Rahmen und Grundplatte photographisch registriert, indem der Hebel durch ein Stäbchen aus der Gleichgewichtslage entfernt und losgelassen wurde. Die gemessenen Schwingungszahlen finden sich in den Spalten XII und XIII der Tabelle XXVI a.

Die Schwingungsversuche mit den Man. I—IV wurden an vier auf einander folgenden Tagen ausgeführt. Die gewonnenen Kurven wurden unter dem Koordinatenmesser ausgemessen. Die in Spalte

III—VIII und XIII—XIV der Tabelle XXVI b verzeichneten Zahlen stellen das Mittel aus je vier Einzelmessungen dar; ausserdem sind die grössten und kleinsten Werte für Lichtschreibung und das ungedämpfte Manometer in den Spalten IX—XII angegeben.

Tabelle XXVI c.

Die am Hebelmanometer für Russschreibung beobachteten Schwingungszahlen.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	XIII	XIV
		Russschreibung		Lichtschreibung									
Man.	$\frac{L}{Q}$	N für Hebel I		Hebel I		Hebel II		Maxima u. Minima				Hebel II Dämpfung I	
								Hebel I		Hebel II			
		Druck 40	Druck 90	40	90	40	90	40	90	40	90	40	90
I (0,54)	557	**18,5**	**19,7**	**19,0**	19,6	**21,2**	**22,5**	19,11 18,82	19,92 19,34	22,17 20,60	22,77 22,37	**20,6**	**21,9**
II (0,72)		17,2	19,3	17,2	**20,0**	18,4	20,3	17,50 17,00	20,20 19,60	18,75 18,20	20,40 20,20	17,1	20,5
III (0,90)		14,4	15,8	15,0	16,5	15,3	17,1	15,22 14,67	16,50 16,45	15,72 15,11	17,15 17,00	16,2	17,5
IV (1,11)		13,0	14,5	12,6	13,6	12,7	13,7	12,80 12,44	13,62 13,53	12,96 12,45	13,75 13,60	12,5	13,6
I	97	23,2	24,3	23,3	24,4	31,1	33,0	23,74 22,96	24,90 24,00	32,22 30,00	33,46 31,70	31,1	32,1
II		**30,5**	**31,5**	**30,0**	**31,7**	**34,0**	**36,4**	30,00 29,75	32,08 31,11	34,00 34,00	37,78 36,43	**34,5**	**43,1**
III		28,9	30,7	29,4	**31,7**	32,2	35,1	29,42 29,31	31,87 31,32	33,26 31,73	35,41 34,46	—	—
IV		26,6	27,5	26,6	28,5	28,4	29,6	27,34 26,18	28,93 28,23	28,70 28,30	29,75 29,33	—	—

Aus diesen Messungen ergibt sich:

1. Die Eigenschwingungen der vier Federn in Verbindung mit den beiden Hebeln und den vier verschiedenen Grundplatten (Spalte XII und XIII der Tab. XXV a) nehmen mit der Verstärkung der Federn erheblich zu, bei Verwendung des leichten Hebels (II) fast auf das Doppelte, bei Verwendung des schweren (I) auf mehr als das Doppelte.

2. Die Schwingungszahlen des wassergefüllten Manometers (Tab. XXVI b) lehren folgendes:

a) Die Schwingungszahlen bei Russ- und Lichtschreibung sind fast genau dieselben; die vorkommenden Differenzen halten sich in den Grenzen, welche auch innerhalb desselben Versuchs auf-

treten, und liegen nicht in einer Richtung. Man darf daher sagen, dass die Russschreibung, nach der Schwingungsmethode untersucht, an und für sich die Darstellung des Druckablaufes nicht beeinträchtigt unter der Voraussetzung, dass die Reibung auf das notwendige Minimum beschränkt wird (s. oben S. 219).

b) Bei der Betrachtung des Einflusses des Membranquerschnittes auf die Schwingungszahl müssen wir die Versuche mit grosser und kleiner wirksamer Masse der Flüssigkeit unterscheiden. Bei grosser wirksamer Masse $\left(\frac{L}{Q} = 550\right)$ sind die Schwingungszahlen mit einer innerhalb der Fehlergrenzen liegenden Ausnahme bei der Membran von 5,4 mm Duchmesser am höchsten, und zwar für Hebel I und II, und werden mit der Vergrösserung des Membranquerschnittes fortschreitend kleiner. Bei der kleineren wirksamen Masse $\left(\frac{L}{Q} = 100\right)$ fallen die höchsten Werte auf das Man. II; nur in einem Falle, nämlich beim Hebel I und Druck 90 cm, sind die Schwingungszahlen bei Man. II und III im Mittel gleich, aber nur bei Lichtschreibung; dabei ist noch zu beachten, dass die statische Empfindlichkeit beim Man. III um 6% geringer ist als die des Man. II, wodurch die Überlegenheit des letzteren um so mehr ins Gewicht fällt.

Welches ist nun nach der Theorie der rationelle Querschnitt, bei welchem die höchste Schwingungszahl bei gleicher Empfindlichkeit zu erwarten ist?

Er ergibt sich, wenn wir der Einfachheit halber das ideale Kolbenmanometer zugrunde legen, aus der Formel $Q = \sqrt{\frac{M_H}{M'_F}}$; diese führt für die beiden Röhren und die beiden Hebel zu folgenden Werten:

Nr.	Röhre cm	Hebel	Q	$2\ r$ (cm)
1	0,314	II	$\sqrt{\frac{14}{557}} = 0{,}15851$	0,45
2	0,314	I	$\sqrt{\frac{35}{557}} = 0{,}25063$	0,56
3	0,76	II	$\sqrt{\frac{14}{96{,}7}} = 0{,}3805$	0,70
4	0,76	I	$\sqrt{\frac{35}{96{,}7}} = 0{,}6016$	0,88

Berechnet man die Werte nicht nach der einfachen, sondern nach der komplizierten, von Frank für das Federmanometer aufgestellten Formel, so werden sie auf Grund der Tabelle II S. 351 der Dynamik ein wenig kleiner, da bei meinem Manometer η (der Anteil der Gummielastizität an der Gesamtelastizität) sehr gering und δ (das Verhältnis des Radius der Grundplatte zu dem der Membran) nahe $= 1$ ist. Die Berechnung des rationellen Querschnittes ergibt also:

Ist die wirksame Masse der Flüssigkeit gross (500 bis 600), so muss der rationelle Querschnitt theoretisch noch unter denjenigen sinken, den ich für meine Federmanometer verwende, und dieses Ergebnis wird durch das Experiment bestätigt. Die Schwingungszahlen sind bei Verwendung der Röhre von 0,314 cm Durchmesser $\left(\frac{L}{Q} = 557\right)$ am höchsten bei der Membran von 0,54 cm mit einer einzigen Ausnahme (Hebel I, Druck 90), in welcher aber die Differenz gegen die grössere Membran nur 0,4 Schwingungen beträgt, also innerhalb der Fehlergrenzen liegt.

Nimmt man aber eine wirksame Masse der Flüssigkeit von etwa 100, so ist der Querschnitt meiner Membranen nach der Theorie bei Verwendung des leichten Hebels gerade richtig, bei Verwendung des schweren aber zu klein (der Durchmesser etwa um 2 mm). In diesem Falle müsste daher, wenn die Theorie richtig wäre, das Man. II eine kleinere Schwingungszahl geben als das Man. III. Die Theorie wird aber in diesem Falle durch das Experiment nicht bestätigt; nur in einem Falle tritt der Grenzfall ein, dass die Schwingungszahlen bei Man. II u. III gleich sind (Hebel I, Druck 90)[1]. Da es aber selbstverständlich ist, dass man das Trägheitsmoment des Hebels, cet. par. also seine Masse, tunlichst klein macht, so ist der Membran-Querschnitt meiner Manometer, nach der von Frank als allein maßgebend bezeichneten Methode untersucht, der günstigste, welcher verwendet werden kann.

Eine weitere wichtige Untersuchung der Wahl des Querschnittes auf Grund einer anderen Methode folgt in der nächsten Abhandlung.

---

1) Bei der auffallenden Übereinstimmung der beiden Werte wurden die Schwingungen wiederholt gemessen und die Zahlen richtig befunden; Maxima und Minima sind übrigens nicht identisch.

Damit weise ich die Behauptung Frank's, dass das von mir für die Manometer aufgestellte Kriterium sich als falsch erwiesen habe, zurück. Sie ist ohne jeden experimentellen Beleg und ohne jegliche Berechtigung aufgestellt worden. Weder habe ich die Ansicht vertreten, die Flüssigkeitsverschiebung könne beliebig verkleinert werden [1], noch die zum Betriebe der Schreibvorrichtung notwendige Kraft ausser acht gelassen. Ein Vorwurf auf Grund der Frank'schen Berechnungen hätte daher höchstens dahin gehen können, dass ich bei der quantitativen Bemessung jener Kraft einen Fehler gemacht hätte. Aber auch in dieser Form erweist sich die Frank'sche Behauptung als ungerechtfertigt; denn auch nach der Theorie ist der von mir gewählte Querschnitt der günstigste; nur wenn man willkürlich die wirksame Masse der Flüssigkeit auf etwa 50 herabsetzt — und nach Frank's eigener Ansicht beträgt die wirksame Masse bei den gewöhnlichen Blutdruckversuchen etwa 100 [2] — und ein unnötig grosses Trägheitsmoment des Hebels einsetzt, übersteigt der berechnete Querschnitt denjenigen, welcher vor 20 Jahren auf experimentellem Wege von mir für eine 40fache Hebelvergrösserung als der günstigste erkannt und jetzt von neuem bestätigt worden ist.

Das Schlussergebnis der vorliegenden Untersuchungen fasse ich in folgenden Sätzen zusammen:

1. Die von Mach für Pulswellenzeichner aufgestellte und von Frank auf die elastischen Manometer übertragene Theorie befindet sich hinsichtlich der letzteren in befriedigender Übereinstimmung mit dem Experiment, solange die Zahl der Eigenschwingungen des Instrumentes einen gewissen niederen Wert hat. Das ist der Fall, wenn die Elastizitätskonstante klein und die wirksame Masse gross ist. Sobald aber die Schwingungszahl einen gewissen Wert überschreitet, stellen sich Abweichungen zwischen Theorie und Experiment ein; bei weiterer Erhöhung der Schwingungszahl durch Erhöhung der Elastizitätskonstanten oder Verkleinerung der wirksamen Masse versagt die Theorie vollständig. Da nun die Instrumente mit niederer Schwingungszahl für die Untersuchung des Blutdruckes ungeeignet sind, so kann die Theorie auch nicht das entscheidende Wort bei der Prüfung und Konstruktion der Manometer sprechen.

1) Vergleiche die Belege in der vorhergehenden Abhandlung S. 149—151.

2) Frank, Federmanometer. Zeitschr. f. Biol. Bd. 54 S. 20.

2. Als praktisches Ergebnis wiederhole ich die schon früher von mir aufgestellten Leitsätze für die Konstruktion der elastischen Manometer:

a) die vom Blutdruck am Manometer zu leistende Arbeit muss möglichst klein sein; bei Manometern, welche keine masselose Schreibvorrichtung besitzen, wird aber die Verkleinerung dieser Arbeit durch die zur Regierung der Schreibvorrichtung erforderliche Kraft beschränkt.

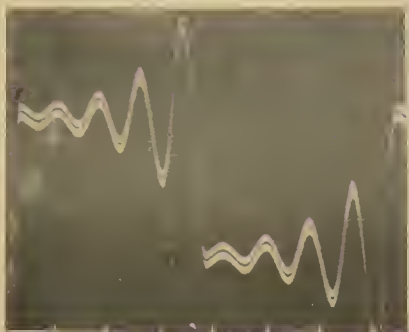
b) die das Manometer mit der Arterie verbindenden Röhren müssen möglichst kurz und von hinreichendem Querschnitt sein;

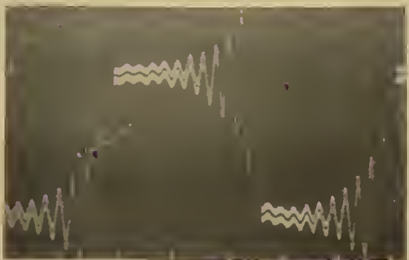
c) durch künstliche Dämpfung von geeigneter Stärke wird die Leistungsfähigkeit des Manometers erhöht.

Erklärung der Tafel I.

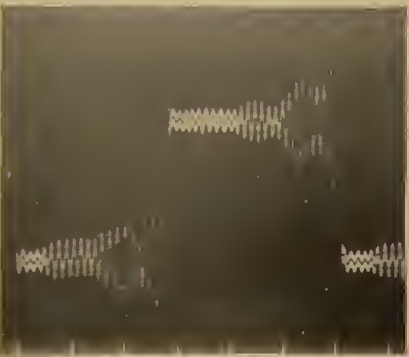
Sämtliche Kurven sind im Verhältnis von 1 auf 0,6 verkleinert wiedergegeben; durch das zur Autotypie erforderliche Raster sind die feinsten Linien (z. B. in Fig. 6, 13, 18 bis 21) etwas unscharf geworden. — Bei den in Fig. 1—21 abgebildeten Schwingungen hatten der Membranquerschnitt und die Zuleitungsröhren des Manometers die in der folgenden Tabelle angegebenen Werte:

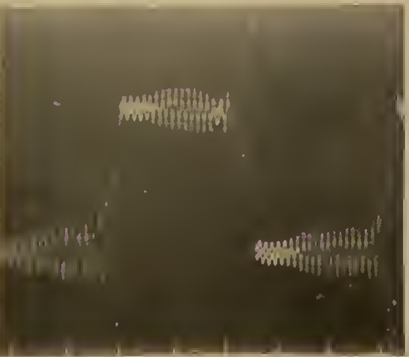
Nummer der Figur	Durchmesser der Membran cm	Zuleitungsröhre Durchmesser cm	Zuleitungsröhre Länge cm
1	1,1	0,22	100
2	1,1	0,22	10
3	1,1	0,8	80
4	1.1	1,05	80
5	1,1	1,05	60
6	1,1	1,05	10
7	0,9	0,2	60
8	0,9	0,2	20
9	0,9	0,8	80
10	0,9	0,8	60
11	0,9	1,05	100
12	0,9	1,05	80
13	0,9	1,05	10
14	0,72	0,2	10
15	0,72	0,8	80
16	0,72	0,8	60
17	0,72	0,8	20
18	0,72	0,8	10
19	0,72	1,05	80
20	0,72	1,05	40
21	0,72	1,05	10

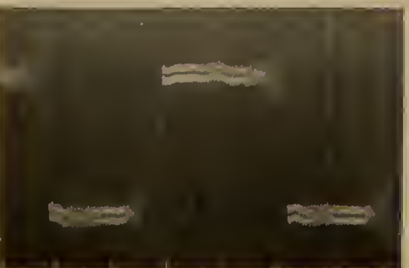

1

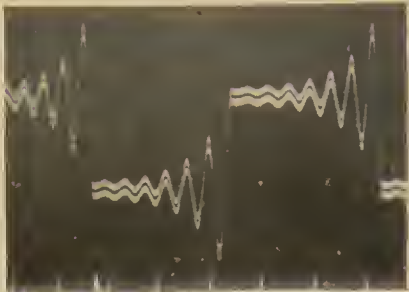

2

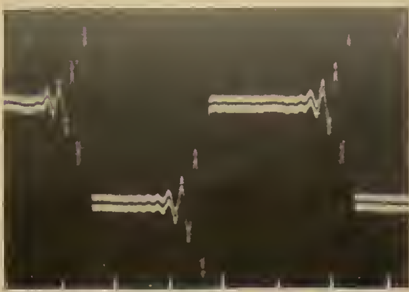

3


4

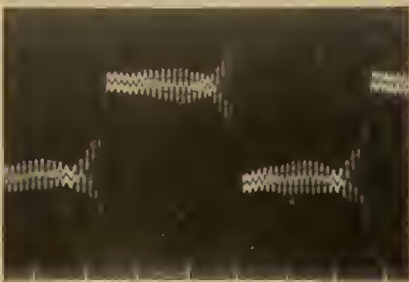

5


6

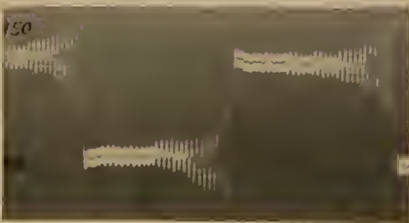

7

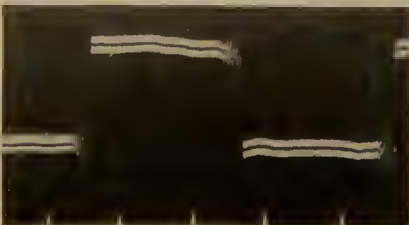

8

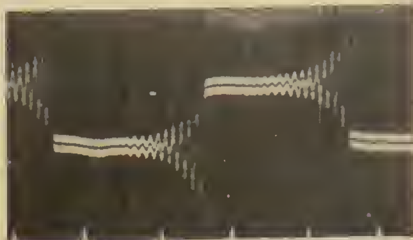

9

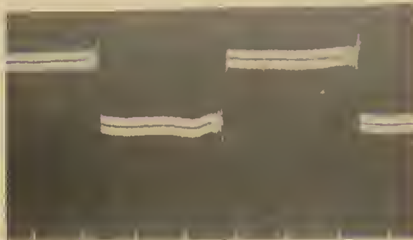

10


11

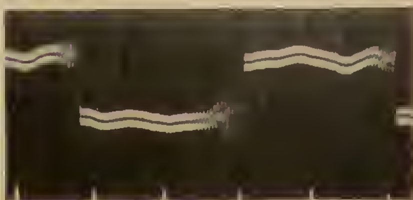

12

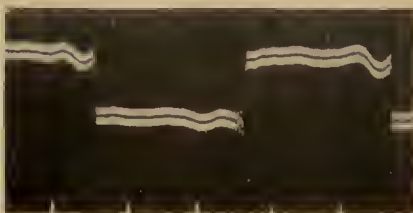

13

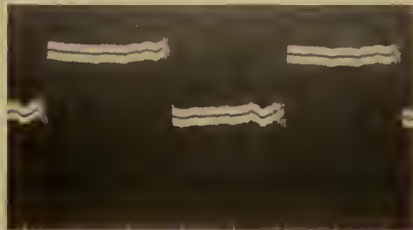

14

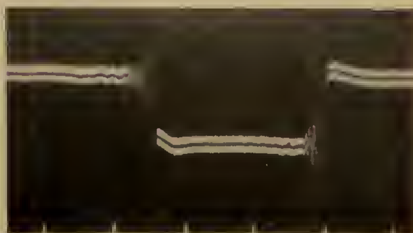

15

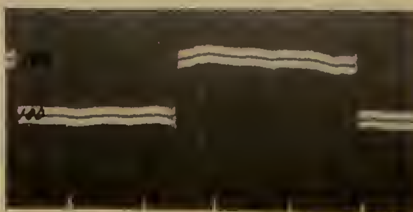

16


17


18


19


20


21

Verlag von Martin Hager, Bonn.



Kapillar-Manometer mit for

(Aus dem physiologischen Institut der Universität Breslau.)

Die Prüfung der Manometer mit Druckschwankungen von bekannter Form.

Von

K. Hürthle.

(Mit 3 Textfiguren und Tafel III.)

Nachdem in der vorhergehenden Abhandlung nachgewiesen worden ist, dass der Gültigkeitsbereich der Mach'schen Theorie in ihrer von Frank auf die elastischen Manometer übertragenen Form ein beschränkter ist und bei den für die Untersuchung des Blutdrucks geeigneten Konstruktionen seine Grenze hat, ist auch die auf die Theorie gegründete Prüfungsmethode mit Hilfe der Eigenschwingungen der Manometer nicht mehr von allgemeiner Bedeutung, sondern auf den Gültigkeitsbereich der Theorie beschränkt. Denn es ist nicht anzunehmen und würde erst noch eines besonderen Nachweises bedürfen, dass Schwingungszahl und Dekrement auch in den Fällen ein Maßstab für die Güte der Manometer sind, in welchen die Theorie nicht mehr anwendbar ist; so lässt sich z. B. von vornherein nicht entscheiden, ob die Leistungsfähigkeit eines Manometers durch Verkleinerung der wirksamen Masse (Verkürzung der Zuleitungsröhre) auch in dem Falle erhöht wird oder nicht, wenn diese Änderung ohne Einfluss auf die Schwingungszahl ist (Beispiele s. die Abschnitte E und F der vorhergehenden Abhandlung). Desgleichen lässt sich über die Leistungen des Kapillarmanometers auf Grund der Theorie nichts Sicheres aussagen (s. Abschnitt D der vorhergehenden Abhandlung). Das Anwendungsgebiet der Schwingungsmethode ist also ein beschränktes.

Aber auch innerhalb des Bereiches der Theorie stehen der Schwingungsmethode verschiedene Bedenken entgegen:

Prinzipiell unzulässig ist die Anwendung der Grundgleichung $M\frac{d^2x}{dt^2} + Ex + K\frac{dx}{dt} = \sum_{n=0}^{n=\infty}\{A\cos(nt+\tau)\}$ . . . zur Korrektur der

Kurven, weil das Glied $\Sigma \ldots$, welches die zu registrierende Kraft (den Blutdruck) darstellt, unter dem Einfluss der Manometerbewegung selbst verändert wird, und die Grösse der Veränderung sich der Berechnung entzieht. Aus diesem Grunde kann die Schwankung der ursprünglichen Kraft aus der registrierten Kurve überhaupt nicht genau ermittelt werden.

Eine weitere Fehlerquelle für die Korrektur der Kurven nach der Schwingungsmethode besteht in der Inkonstanz der Elastizitätskonstanten bei wechselndem Druck, die bei manchen Instrumenten, z. B. bei dem von Frank verwandten Membranmanometer, so bedeutend ist, dass E' fast um das Vierfache schwankt[1]). Diese Inkonstanz hat zur Folge, dass Schwingungszahl und Dekrement eines solchen Instrumentes bei gleichbleibender wirksamer Masse mit dem Druck wechseln. Die Korrektur auf Grund eines Schwingungsversuches gilt daher nur für einen Druckbezirk, dessen Grenzen mit der Art des Manometers wechseln.

Weiterhin hat die Anwendung der Schwingungsmethode ein konstantes Dekrement und Proportionalität zwischen Volumverschiebung und Ordinatenhöhe zur Voraussetzung. Beide Voraussetzungen sind aber in Wirklichkeit selten erfüllt (vgl. S. 180).

Zieht man schliesslich in Betracht, dass zur Korrektur der Kurven mit Hilfe der Schwingungsmethode die Berechnung des zweiten Differentialquotienten erforderlich ist, die bekanntlich bezüglich der Genauigkeit der Resultate eine sehr missliche Sache ist, so kommt man zu dem Ergebnis, dass die mathematische Korrektur der Kurven nicht allein der mathematischen Genauigkeit entbehrt, sondern auch desjenigen Grades der praktischen, welche von einer Methode gefordert werden muss, die Anspruch darauf macht, den wahren Druckverlauf festzustellen.

Sieht man sich nun nach geeigneteren Methoden zur Prüfung der Manometer um, so kommen in Betracht:

1. Die Ermittelung der Einstellungszeit[2]) des aperiodischen Manometers; diese halte ich trotz des absprechenden Urteils von Frank[3]) auch heute noch für ein sehr wertvolles Kriterium der Leistungsfähigkeit der Manometer.

---

1) Frank, Kritik S. 511.
2) Siehe die vorhergehende Abhandlung S. 204.
3) Frank, Prinzipien usw. Zeitschr. f. Biol. Bd. 53 S. 452.

2. Die Vergleichung der registrierten Kurven mit denjenigen eines Instrumentes von nachweisbar grösserer Leistungsfähigkeit. Diese früher von mir benutzte Methode[1]) hat auch Frank[2]) neuerdings empfohlen.

3. Eingehender soll hier die Methode der Prüfung mit künstlichen Druckschwankungen von bekannter Form

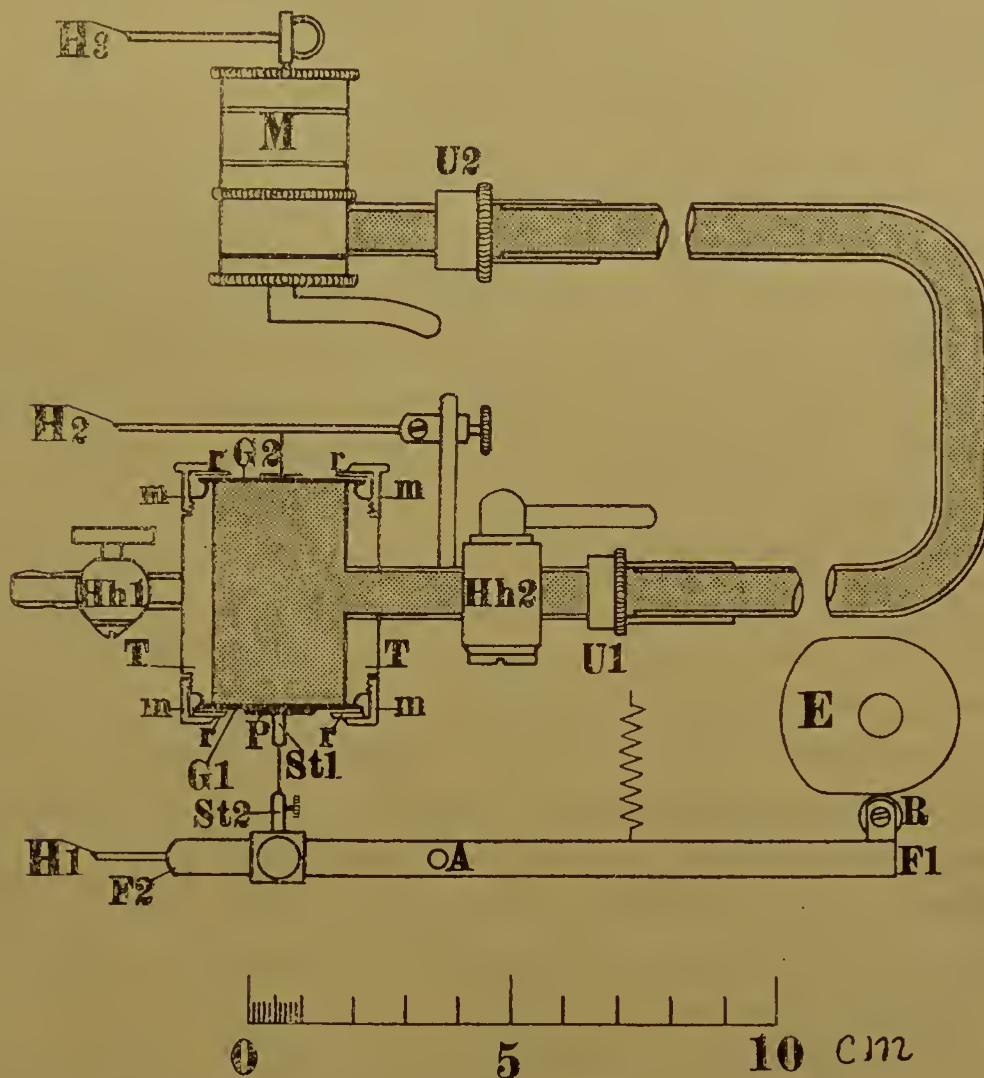


Fig. 1.

behandelt werden, welche von Fick und Mach benutzt, von Donders speziell für die Prüfung der Lufttransmissionssphygmographen eingerichtet und von mir[3]) zum Vergleich der Manometer

---

1) K. Hürthle, Experimentelle Prüfung usw. Pflüger's Arch. Bd. 47 S. 14. 1890. — K. Hürthle, Vergleichende Prüfung usw. Pflüger's Arch. Bd. 55 S. 336. 1894.

2) Frank, Prinzipien usw. Zeitschr. f. Biol. Bd. 53 S. 452 und 453.

3) K. Hürthle, Vergleichende Prüfung usw. Pflüger's Arch. Bd. 55 S. 322.

mit Wasser- und Lufttransport gebraucht worden ist[1]). Das von mir beschriebene Verfahren halte ich trotz der absprechenden Kritik Frank's[2]), die keinerlei sachliche Fehler nachweist, auch heute noch für geeignet; ich habe es aber noch dahin erweitert, dass mittels desselben nicht allein die Übereinstimmung der vom Manometer gezeichneten Kurve mit der künstlich erzeugten Druckschwankung, sondern auch die Rückwirkung des Manometers auf die einwirkende Kraft festgestellt werden kann. Dies ist durch folgende Einrichtung erzielt (s. Fig. 1).

Durch den Exzenter E, welcher entweder durch eine Kurbel mit der Hand oder durch einen Elektromotor mit Schnurlaufübertragung in Rotation versetzt werden kann, wird dem Stahlhebel $F_1 F_2$ (Drehachse in A) eine bestimmte Bewegung aufgezwungen. Er wird gegen den Exzenter durch eine Spiralfeder angedrückt erhalten. Um die Reibung des Exzenters gegen den Hebel möglichst klein zu machen, ist an diesem, senkrecht unter der Achse des Exzenters, eine kleine in Spitzen laufende Rolle R angebracht. Die Bewegungen des Stahlhebels werden nun einerseits durch einen in seiner Verlängerung angebrachten Strohhebel H_1 direkt registriert und andererseits auf die Trommel TT übertragen. Diese hat eine lichte Weite von 25 und eine Höhe von 40 mm. An beiden Grundflächen ist sie mit stark gespannten Gummimembranen G_1 und G_2 überzogen, welche in Nuten festgebunden sind. Gegen die Membranen werden Ringe *rr* von verschiedenem Ausschnitt durch die Überwurfmuttern *mm* angedrückt, so dass kreisförmige Ausschnitte der Gummimembranen von abstufbarer Grösse zutage treten. Zwei mit den Hähnen Hh_1 und Hh_2 verschliessbare Zuleitungsröhren ermöglichen die luftfreie Füllung der Trommel.

Die Bewegungen des Stahlhebels $F_1 F_2$ werden auf die untere Gummimembran G_1 in folgender Weise übertragen: Auf die Membran

1) Neuerdings wieder von Athanasiu (Méthode graphique, trav. de l'assoc. de l'Institut Marey t. 1 p. 29. Paris 1905) zur Prüfung von Hebeln und Sphygmographen.

2) Frank, Prinzipien. Zeitschr. f. Biol. Bd. 45 S. 480. „Auch der grösste Teil der bisher vorgeschlagenen experimentellen Prüfungsmethoden, wie die Donders'sche oder die Buisson'sche, zur Prüfung der Sphygmographen, ist entweder im Prinzip falsch oder ungenügend. Man muss genau die Konstanten der Instrumente kennen, welche für die richtige Darstellung der Bewegungen von Bedeutung sind." Ferner: Zeitschr. f. Biol. Bd. 53 S. 451.

ist eine Messingplatte P aufgeklebt, aus deren Mitte sich ein stiftförmiger Fortsatz (St_1) erhebt; dieser wird mit einem entsprechenden, mit dem Stahlhebel vernieteten Stift St_2 verschraubt, wobei der Abstand zwischen der Membran und dem Stahlhebel innerhalb gewisser Grenzen verändert werden kann. In allen Fällen ist die Platte P und damit auch die Membran G_1 zwangsläufig mit dem Stahlhebel verbunden[1]).

Die Einstellung der Platte P geschah jeweils derart, dass die Stifte St_1 und St_2 in der Phase der grössten Entfernung des Hebelarmes F_2 von der Membran G_1 verschraubt wurden; in dieser Lage wurde dann in der Trommel ein Überdruck von 10 cm Wasser erzeugt; es trat daher bei keiner Stellung des Exzenters ein negativer Druck in der Trommel auf.

Die der Membran G_1 mitgeteilten Bewegungen werden bei geschlossenen Hähnen ausschliesslich auf die Membran G_2 übertragen, deren Volumelastizität durch den verschiedenen Ausschnitt des Ringes rr sowie durch verschiedene Dicke und Spannung der Membran geändert werden kann. Die Bewegungen dieser Membran können durch einen Hebel H_2 von geringem Trägheitsmoment gleichfalls registriert werden. An die Trommel TT wird nun das zu prüfende Manometer M durch undehnbare Verbindungen angeschlossen und das ganze System mit Wasser gefüllt. Bei meinen Versuchen war das Manometer in allen Fällen senkrecht über der Trommel und auf derselben Grundplatte mit dieser derart angebracht, dass die drei Hebelspitzen H_1, H_2 und H_3 eine senkrechte Linie bildeten. Dabei waren das Manometer und die Trommel T durch eine U-förmig gebogene Glasröhre miteinander verbunden, welche an beiden Enden in kegelförmig auslaufende Messinghülsen gekittet und durch die Überwurfmuttern U_1 und U_2 an die beiden Körper angeschlossen war. Die Verbindungsröhre hatte bei den im folgenden

1) Diese Art der Verbindung war auch in dem früher von mir gebrauchten Prüfungsapparat (Pflüger's Arch. Bd. 55 S. 323) vorhanden; es ist daher der Satz, welchen Frank bei der Betrachtung der Rückwirkung zwischen verkoppelten Kräften (Zeitschr. f. Biol. Bd. 53 S. 447) ausspricht: „So hat Donders bei der Schaffung seiner Prüfungsmethode für den Sphygmographen nicht an sie gedacht, auch nicht Hürthle bei der Anwendung dieses Verfahrens“, für die von mir ausgeführten Untersuchungen jedenfalls unbegründet und für die Donders'schen sehr wahrscheinlich gleichfalls, weil auch an dessen Apparat durch geeignete, von Donders ohne Zweifel beachtete Einstellung der von Frank vermutete Fehler vermieden wird.

beschriebenen Versuchen eine Länge von 42 cm (vom Trommel- bis zum Manometerkörper gerechnet) und einen Durchmesser von 6,8 mm im Lichten; die wirksame Masse der Manometer war daher 115.

Der Gummimembran G_2 kommt eine doppelte Bedeutung zu:

1. als elastischer Faktor verhindert sie, dass die Bewegungen des Manometers zwangsläufige werden und bringt damit das Manometer unter Bedingungen, ähnlich denjenigen, wie sie im Kreislauf gegeben sind[1];

2. dient die Membran zur Feststellung der Rückwirkung: Während nämlich bei der Ausschaltung des Manometers die Kurven der Hebel H_1 und H_2 übereinstimmen, werden nach der Einschaltung des Manometers durch Öffnung des Hahnes Hh_2 Abweichungen am Hebel H_2 bemerkbar, als Zeichen der Rückwirkung des Manometers auf den Trommelinhalt. Diese kommt einerseits dadurch zustande, dass die Tätigkeit des Manometers durch eine Flüssigkeitsbewegung aus der Trommel nach dem Manometer unterhalten, der in der Trommel herrschende Druck also herabgesetzt wird; die Rückwirkung wird daher mit der am Manometer zu leistenden Arbeit wachsen. Andererseits beeinflussen aber auch die im Manometer und in der Zuleitungsröhre auftretenden Druckschwankungen, falls sie quantitativ oder im Phasenverlauf von den ursprünglichen abweichen, den Druckverlauf in der Trommel, indem sie mit ihm interferieren; die Kurve des Hebels 2 weicht in diesem Falle von der des Hebels 1 ab; der Apparat gibt daher ein Mittel an die Hand, nicht allein die Abweichungen der vom Manometer verzeichneten Kurve von der primären festzustellen (durch Vergleichung der Kurven der Hebel 1 und 3), sondern auch die Rückwirkung des Manometers auf die bewegende Kraft (durch Vergleichung der Kurven 2 und 1).

Die Prüfungen der Manometer verliefen in folgender Weise:

Der Exzenter wurde durch einen Elektromotor in Bewegung versetzt. Durch Transmissionsscheiben von verschiedenem Durchmesser konnten sechs verschiedene Geschwindigkeiten hergestellt werden. Sie ergaben mit kleinen Abweichungen 1,3—3,3 Um-

---

1) Bei dem älteren in Pflüger's Arch. Bd. 55 beschriebenen Modell war der zwischen Trommelrand und Grundplatte freibleibende ringförmige Ausschnitt der Gummimembran der einzige elastische Faktor.

drehungen pro Sekunde. Es konnten daher die verschiedenen Manometer denselben Druckschwankungen ausgesetzt und ihre Leistungen unmittelbar verglichen werden.

Als darzustellende Bewegung wurde die trapezförmige Kurve des Druckablaufes in der Kammer gewählt, und zwar derart schematisiert, dass das systolische Plateau und die Pause als gerade Linien dargestellt und die mit den Verbindungslinien gebildeten Ecken abgerundet wurden (s. die Fig. a—c Taf. III).

Zur Prüfung des Apparates wurden zunächst die Kurven der Hebel 1 und 2 registriert, während das Manometer durch Schluss des Hahnes Hh_2 ausgeschaltet war. Dabei ergab sich, dass die beiden Kurven nur bei der kleinsten Umdrehungszahl des Exzenters den reinen trapezförmigen Verlauf zeigten, bei den grösseren Geschwindigkeiten aber durch Schwankungen in den horizontalen Teilen der Kurve, insbesondere in der Pause, entstellt wurden. Die Entstellungen waren gleichsinnig an den Kurven beider Hebel, nur stärker ausgeprägt an der des Hebels 2. Ihr unregelmässiger Verlauf macht es wahrscheinlich, dass es Erzitterungen sind, welche vom Elektromotor durch die Transmission auf den Exzenter übertragen wurden. Sie sind aus dem Grunde störend, weil sie die Feststellung der Rückwirkung des Manometers auf die Trommel T erschweren. Zu ihrer Beseitigung müsste ein ruhiger Antrieb benutzt werden, der mir nicht zur Verfügung stand.

Nunmehr wurden die vier Russhebelmanometer gleicher Empfindlichkeit, aber von verschiedenem Membrandurchmesser an die Prüfungstrommel angeschlossen, welche in der vorhergehenden Abhandlung (Abschnitt G, S. 215) nach der Schwingungsmethode untersucht worden waren. Die Membrandurchmesser betrugen 0,54, 0,72, 0,9 und 1,1 cm. Ich bezeichne sie im folgenden als M I, II, III und IV, derart, dass M IV den grössten Membrandurchmesser hat. Jedes der Manometer wurde mit den sechs verfügbaren Umdrehungsgeschwindigkeiten (Pulszahlen) und zwar jeweils im ungedämpften Zustand und mit den Dämpfungen von 0,6 und 0,4 mm geprüft. Man erhielt also von jedem Instrument 18 Pulsreihen. Bei diesen Prüfungen wurden nur die Kurven der Hebel H_2 und H_3 registriert, die des Hebels H_1 weggelassen, weil die Kurven H_1 und H_2 nur wenig Unterschied zeigten, und die oben erwähnten Erzitterungen eine genaue Feststellung der Rückwirkung störten.

Die bei den sechs verschiedenen Umdrehungsgeschwindigkeiten

erzielten Ergebnisse sind grundsätzlich bei den vier Manometern übereinstimmend und nur quantitativ verschieden. Da die Unterschiede bei den grössten Leistungen am deutlichsten hervortreten, beschränke ich mich auf die Mitteilung der Resultate bei der grössten Umdrehungsgeschwindigkeit, welche 3,3—3,4 Pulse pro Sekunde lieferte. Taf. III enthält Proben dieser Prüfung. Die unteren, mit *a*, *b* und *c* bezeichneten Kurvenreihen enthalten jeweils die Kurven des Trommelhebels H_2, die oberen, mit a_1 b_1 c_1 bezeichneten die gleichzeitig registrierten des Manometerhebels H_3. Die Kurven $a a_1$ sind jeweils bei ungedämpftem Manometer registriert; $b b_1$ nach Einschaltung der Dämpfung 0,6 mm; $c c_1$ bei Dämpfung 0,4 mm.

Was zunächst die Frage betrifft, ob die vier zu vergleichenden Manometer wirklich von gleicher statischer Empfindlichkeit gewesen seien, so ergab die nach den einzelnen Versuchen vorgenommene Eichung, dass die Manometer III und IV ziemlich genau übereinstimmen, dass das Manometer II aber von höherer Empfindlichkeit, gegen die ersteren also im Nachteil war; umgekehrt war Manometer I von etwas geringerer Empfindlichkeit als die ersteren. Diese Erscheinung kommt auch in der Höhe der Kurven deutlich zum Ausdruck, wenn man nur die Kurvenhöhen bei der Dämpfung 0,4 mm vergleicht. Sie betragen 7,8, 7,9, 9,0 und 6,8 mm. Die Kurvenhöhen der ungedämpften Manometer lassen sich nicht ohne weiteres vergleichen, da sie durch Eigenschwingungen mehr oder weniger entstellt sind.

Was die Wiedergabe der Grundkurve anlangt, so zeigt sich bei allen Manometern die auffallende Erscheinung, dass die horizontalen Linien (Plateau und Pause) in der Weise unrichtig dargestellt werden, dass sie, von den Eigenschwingungen abgesehen, Winkel mit der Abszisse bilden. Um die Grösse dieser Abweichungen bei den einzelnen Instrumenten zu bestimmen, habe ich die Ordinaten am Anfang (h_a) und Ende (h_e) des Plateaus gemessen und aus beiden einen Quotienten $\frac{h_a}{h_e}$ gebildet, der ein Maß für die Grösse des Fehlers abgibt. Die Ordinaten sind in Spalte VI und VII der folgenden Tabelle, die Quotienten in Spalte VIII verzeichnet. Letztere zeigt nun, dass die Quotienten am ungedämpften Manometer mit dem Membrandurchmesser im allgemeinen kleiner werden, nur die grösste Membran macht eine Ausnahme. Ferner nehmen sie in allen Fällen mit der Dämpfung ab. Sie scheinen daher durch die Trägheit der Flüssigkeit veranlasst zu sein, doch ist der langsame Abfall der Linie nicht ganz klar.

I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII
Manometer cm	Dämpfung	Pulszahl pro Sek.	Anstiegszeit des		Sekundäre Pulse		
			Pulses II Sek.	Pulses III Sek.	h_a	h_e	$\frac{h_a}{h_e}$
I (0,54)	unged.	3,4	0,036	0,030	8,5	7,0	1,21
	0,6	3,4	0,038	0,034	8,5	7,0	1,21
	0,4	3,4	0,035	0,041	6,8	6,7	1,02
II (0,72)	unged.	3,4	0,037	0,037	10,8	8,4	1,29
	0,6	3,4	0,036	0,040	9,8	8,2	1,20
	0,4	3,3	0,036	0,054	9,0	8,2	1,10
III. (0,90)	unged.	3,3	0,041	0,036	11,6	7,8	1,49
	0,6	3,3	0,045	0,050	8,9	7,7	1,16
	0,4	3,3	0,044	0,079	8,0	7,8	1,02
IV (1,11)	unged.	3,4	0,042	0,038	12,2	9,2	1,33
	0,6	3,3	0,037	0,057	8,7	7,9	1,10
	0,4	3,4	0,039	0,102	7,8	kein Plateau	—

Die Werte der Anstiegszeit sind in Spalte IV und V der Tabelle enthalten und zwar von den Kurven der Hebel 2 und 3. Da die Pulszahlen in allen Fällen annähernd gleich sind, ist zu erwarten, dass die Anstiegszeiten des Hebels 2 in allen Fällen gleich sind. Das ist denn auch bis auf kleine Abweichungen der Fall, die wohl als Messungsfehler oder Unregelmässigkeiten in der Rotation des Apparates aufzufassen sind.

Die Anstiegszeiten der Manometerkurven sind bei ungedämpften Manometern in allen Fällen gleich, dagegen zeigen sich, wie zu erwarten ist, nach Einschaltung der künstlichen Dämpfungen wesentliche Unterschiede in dem Sinne, dass die Anstiegszeiten der Manometer um so mehr verlängert werden, je grösser die Membrandurchmesser sind. Die Manometer gleicher Empfindlichkeit stehen also, wenn man ihre Leistungsfähigkeit nach der Anstiegszeit bei gleicher Dämpfung beurteilt, in umgekehrter Reihenfolge wie die Membrandurchmesser.

Was die Wiedergabe der geforderten Kurven betrifft, so genügt keines der vier Instrumente im ungedämpften Zustand zur einwandfreien Darstellung; dabei ist zu berücksichtigen, dass die Darstellung von 200 Pulsen der vorliegenden Form pro Minute auch eine Anforderung ist, wie sie kaum von einem Manometer bei physiologischen Versuchen verlangt werden wird. Ein Blick auf die Kurven der Taf. III zeigt aber, dass die Entstellung wiederum mit dem Membrandurchmesser zunimmt. Beim Manometer I besteht sie aus einer kleinen Schleuderung am Ende des Aufstiegs und Abstiegs

und im schrägen Verlauf der horizontalen Linien. Bei den andern Manometern treten immer stärker ausgeprägte Eigenschwingungen im Plateau und insbesondere in der Pause auf.

Durch Einschaltung der Dämpfung 0,6 mm werden diese Eigenschwingungen grossenteils beseitigt, und die Kurven der vier Manometer werden sich ähnlicher. Durch die Dämpfung 0,4 mm endlich werden die Kurven der Manometer I und II noch weiter verbessert, die der beiden anderen aber verschlechtert: bei der Kurve des Manometers IV verschwindet das Plateau und sie nimmt die Form einer eingipfligen Kurve mit abgerundeter Spitze an, unter beträchtlicher Verlängerung der Anstiegszeit, desgleichen verschwindet der scharfe Übergang des absteigenden Schenkels in den horizontalen. — Ähnliches, nur weniger stark ausgebildet, bemerkt man beim Manometer III; ein Plateau ist noch vorhanden, aber etwa auf die Hälfte gekürzt. — Wesentlich besser sind die Kurven des Manometers II; doch fehlt auch hier der scharfe Übergang des aufsteigenden Schenkels in das Plateau und namentlich der des absteigenden Schenkels in die Linie der Pause. — Die beste Darstellung gibt ohne Zweifel Manometer IV mit der kleinsten Membran. Sie kann als getreue Wiedergabe des geforderten Pulses betrachtet werden, mit Ausnahme des allmählichen Überganges des absteigenden Schenkels in den horizontalen.

Was schliesslich die Rückwirkung des Manometers auf die Trommel *TT* betrifft, so ist deren quantitative Feststellung durch die obengenannten Erzitterungen etwas erschwert, doch lässt sich das Folgende aus den Kurven mit Sicherheit entnehmen:

Eine Rückwirkung des Manometers auf die Trommel ist nur am ungedämpften Manometer zu erkennen, und zwar in Form von Druckschwankungen an der horizontalen Linie während der Pause; am gedämpften ist eine deutliche Rückwirkung nicht nachzuweisen. Von den einzelnen Manometern übt das Manometer IV entschieden die grösste Rückwirkung aus, wie von vornherein zu erwarten ist, und wie ein Blick auf die Kurven der einzelnen Manometer zeigt.

Vergleicht man das vorliegende Ergebnis mit demjenigen, welches dieselben Manometer, nach der Schwingungsmethode untersucht, geliefert haben, so stimmen beide im allgemeinen überein, nur beim Man. I (0,54 cm Membran) gehen sie auseinander: nach der Schwingungsmethode untersucht zeigt dieses nur dann die höhere Schwingungszahl im Vergleich zu den Manometern mit grösserer

Membran, wenn die wirksame Masse relativ gross (550) ist, während bei kleiner wirksamer Masse (100) das Man. II (0,72 cm Membran) die höchste Schwingungszahl zeigt (Tab. XXVIc S. 220 der vorhergehenden Abhandlung). Da nun bei der Prüfung mit künstlichen Druckschwankungen die wirksame Masse 115 ist (s. S. 230), so wäre nach der Schwingungsmethode zu erwarten gewesen, dass die Leistungen des Man. II die höchsten sind. Das ist aber nicht der Fall; es wird vom Man. I entschieden übertroffen.

Ich bin daher nicht überzeugt, dass die Schwingungszahl einen in allen Fällen zuverlässigen Maßstab für die Leistungen der Manometer beim praktischen Gebrauch darstellt, sondern halte eine weitere vergleichende Prüfung der Instrumente nach beiden Methoden zur Entscheidung der Frage für notwendig. Jedenfalls geht aber auch aus dieser Prüfung in überzeugender Weise hervor, wie ungerechtfertigt das Urteil Frank's über den Membranquerschnitt meiner Hebelmanometer ist.

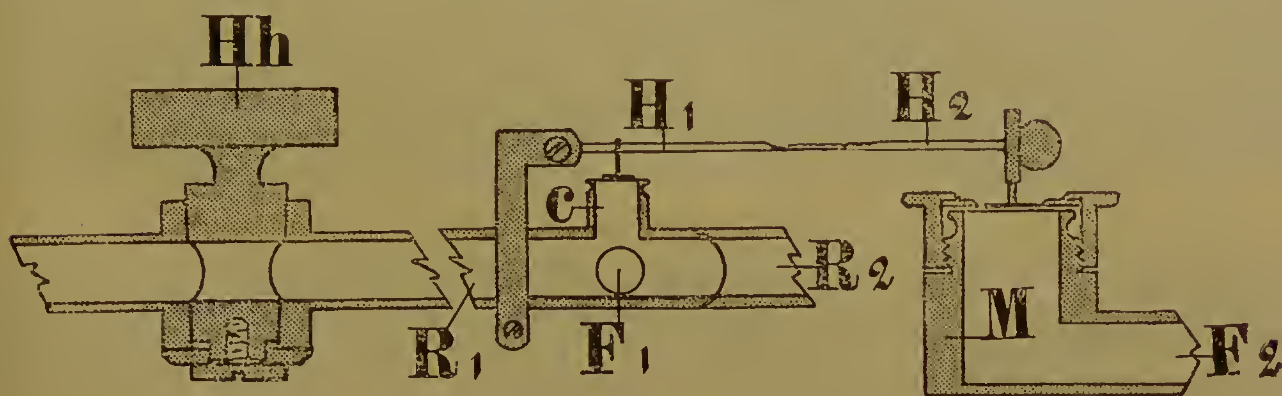


Fig. 2.

Versuchsweise habe ich zur Prüfung der Manometer mit künstlichen Druckschwankungen noch eine zweite Methode benutzt, welche gegenüber der eben beschriebenen gewisse Vorzüge aber auch Nachteile hat. Sie besteht darin, dass Druckschwankungen in einer strömenden Flüssigkeit erzeugt und einerseits direkt, andererseits von dem zu prüfenden Manometer registriert werden. Zur Erzeugung der Druckschwankungen benutzte ich die rhythmische Öffnung und Schliessung des Hahnes *Hh*, Fig. 2; er mündet in den am Boden befindlichen Tubulus einer wassergefüllten Flasche in welcher ein Druck von etwa 150 cm herrscht. An den Hahn ist die Röhre $R_1 R_2$ von 9 mm Durchmesser durch ein mehr oder weniger dehnbares Gummistück angeschlossen und an R_2 wieder eine in der Figur nicht gezeich-

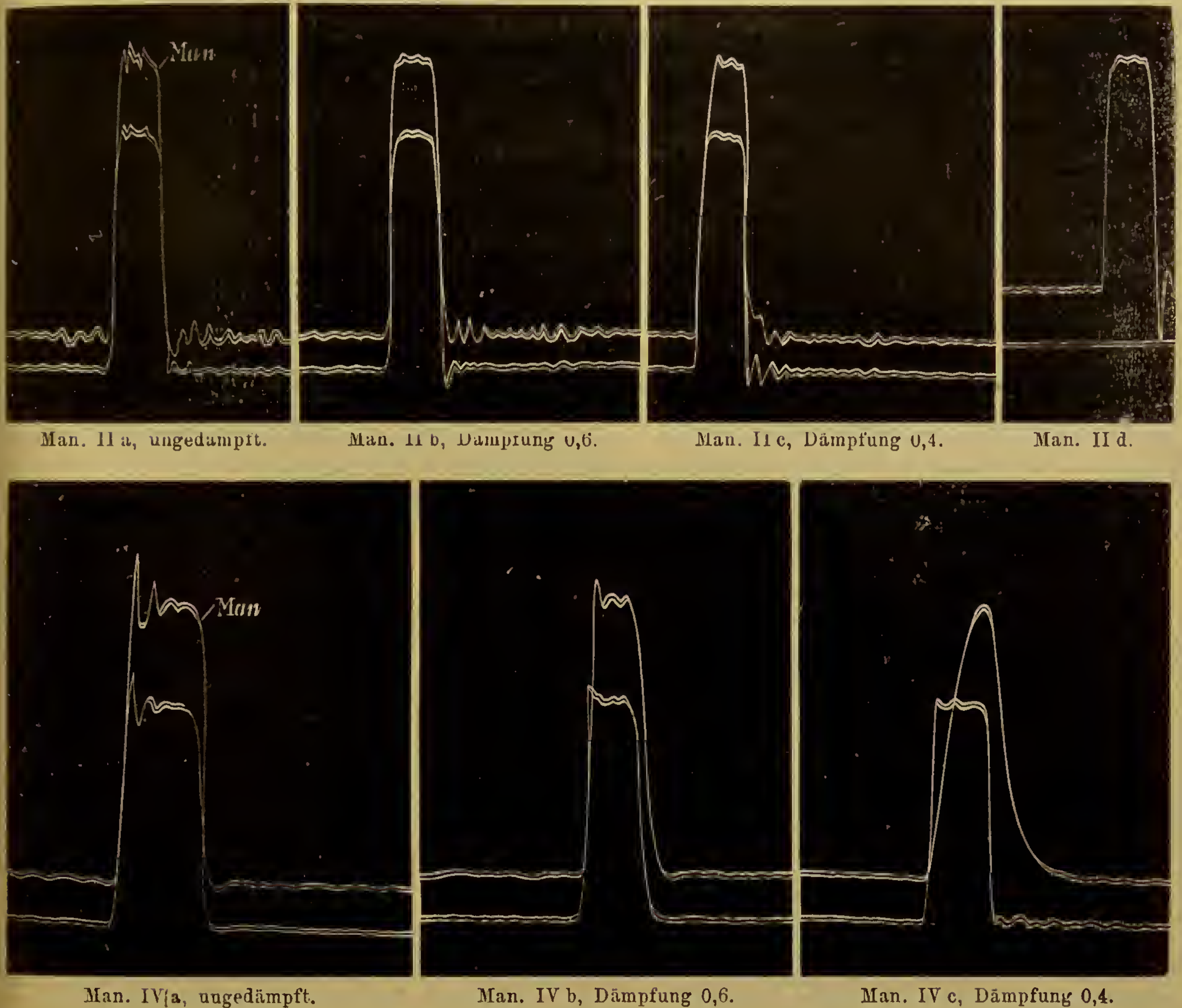
nete elastische oder starre Röhre, welche an ihrem freien Ende einen durch einen Quetschhahn regulierbaren Widerstand hat. Bei der rhythmischen Drehung des Hahnes *Hh* entsteht nun eine pulsatorische Strömung durch das Röhrensystem, deren Geschwindigkeit durch den regulierbaren Widerstand abgeändert werden kann, und deren Nebenwellen um so rascher verlaufen, je kürzer das System und je grösser seine Elastizität ist. Sind die Röhren aus Glas oder Metall und durch kurze, wenig dehnbare Gummistücke verbunden, so erhält man rasch verlaufende Druckschwankungen mit komplizierten Nebenwellen, deren Darstellung grosse Anforderungen an ein Manometer stellt.

Die in der Röhre R_1R_2 auftretenden Druckschwankungen werden in folgender Weise direkt registriert: Auf die Röhre ist der kurze Zylinder C von 5 mm lichter Weite und gleicher Höhe aufgesetzt, der mit einer starken, straff gespannten Gummimembran überzogen wird. Die dieser Membran mitgeteilten Bewegungen werden durch einen Hebel H_1 von sehr geringem Trägheitsmoment zunächst mechanisch und dann optisch vergrössert registriert.

Unterhalb des Zylinders C und senkrecht zu diesem zweigt aus der Röhre R_1R_2 ein Fortsatz F von 7 mm Durchmesser und 3 cm Länge ab, der mit der Zuleitungsröhre F_2 des Manometers M durch Röhren von verschiedenen Dimensionen verbunden werden kann. Nachdem das ganze System luftfrei mit Wasser gefüllt ist, zeichnen die beiden Hebel H_1 und H_2 bei den Drehungen des Hahnes *Hh* ihre Kurven unmittelbar übereinander auf und gestatten so eine direkte Vergleichung.

Bei der Diskussion dieser Methode ist zu bedenken, dass die vom Manometer darzustellenden Druckschwankungen zunächst nicht von bekannter Form sind wie bei der vorhergehenden. — Die Druckschwankung muss vielmehr erst durch den Registrierapparat CH_1 dargestellt werden, und es fragt sich, ob sie durch diesen unentstellt wiedergegeben wird. Dies kann unbedingt angenommen werden, denn die wirksame Masse ist praktisch gleich Null (in Wirklichkeit 2,54), E' sehr gross, schätzungsweise $100 \cdot 10^6$. Es könnte also nur die wirksame Masse des Hebels H_1 störend wirken. Gibt man aber diesem ein sehr geringes Trägheitsmoment und wendet nicht mehr als sechsfache Hebelvergrösserung an, so darf man zuversichtlich erwarten, dass die von H_1 registrierten Bewegungen

mit den bei Ausschluss von C vorhandenen identisch sind. Wollte man die Bewegungen des Hebels H_1 aber nicht optisch, sondern mechanisch registrieren, dann müsste man sich allerdings durch besondere Versuche überzeugen, ob die erhaltenen Kurven den Druckverlauf in der Röhre unentstellt wiedergeben.



Man. II a, ungedämpft. Man. II b, Dämpfung 0,6. Man. II c, Dämpfung 0,4. Man. II d.

Man. IV a, ungedämpft. Man. IV b, Dämpfung 0,6. Man. IV c, Dämpfung 0,4.

Fig. 3.

Mit dieser Methode wurde vorläufig eine vergleichende Prüfung der oben beschriebenen Manometer II und IV[1]) (mit 0,72 und 1,11 cm Membrandurchmesser) im gedämpften und ungedämpften Zustand vorgenommen. Das Ergebnis ist aus den Kurven der Fig. 3 zu ersehen. Die Kurven des Hebels 1 liegen in allen Fällen unten, die des Manometerhebels oben. Die Ausschläge des Manometerhebels sind etwas grösser als die des Hebels 1.

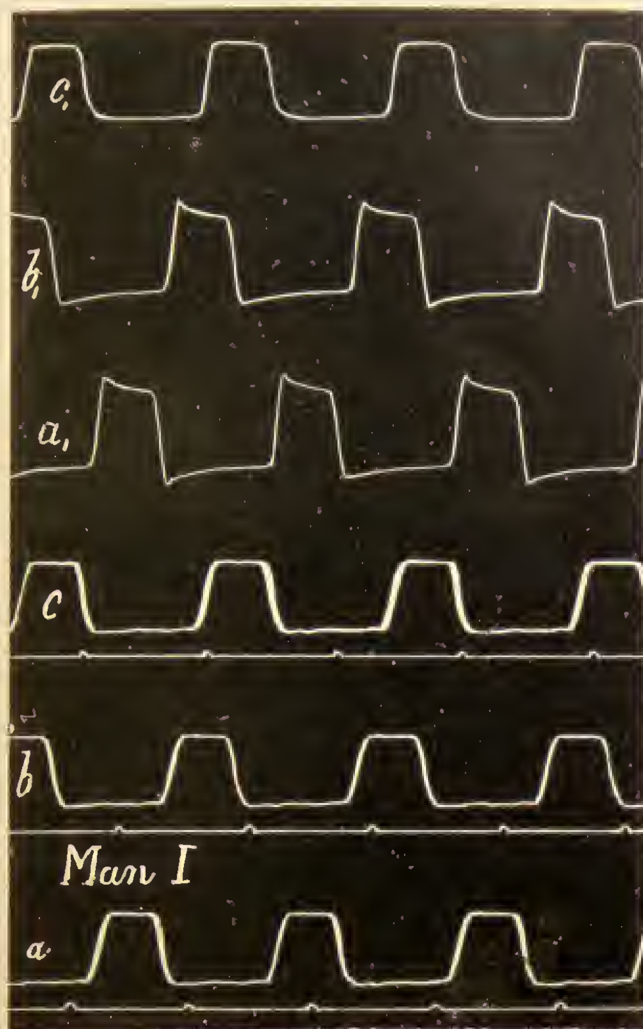
1) Experimentalkritik S. 216.

Im ungedämpften Zustand wiederholen beide Manometer die Kurven des Hebels 1. Allein bei der Ausschaltung der Manometer [Kurve II d] [1]) oder schon bei der Einschaltung der Dämpfungen zeigt sich, dass die ursprüngliche Druckschwankung durch die Rückwirkung der Manometer entstellt wird. Diese Entstellung ist aber wesentlich grösser beim Man. IV als beim Man. II. Durch die Dämpfung 0,6 werden nun die Eigenschwingungen des Man. IV abgeschwächt, aber nicht vollständig beseitigt, während bei der Einschaltung der Dämpfung 0,4 das Manometer viel zu träge wird und statt des Plateaus eine eingipflige Kurve verzeichnet. Beim Man. II werden die viel geringeren Eigenschwingungen durch die Dämpfung 0,6 vollständig beseitigt, während durch die Dämpfung 0,4 auch dieses Manometer im Verhältnis zu den Anforderungen schon so träge gemacht wird, dass es das Plateau nicht ganz ungekürzt wiedergibt.

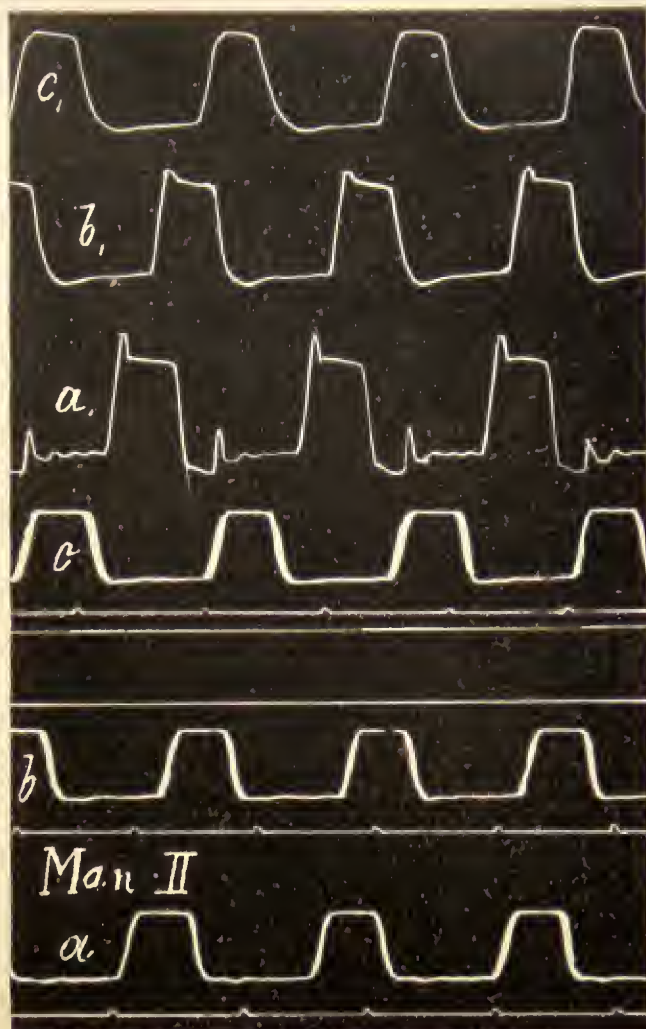
Die Ergebnisse der beiden Methoden zur Prüfung der Manometer mit künstlichen Druckschwankungen stimmen also in den wesentlichen Punkten überein. Die erste, bei welcher die Druckschwankungen in einer ruhenden Flüssigkeit mit Hilfe eines Exzenters erzeugt werden, hat den Vorteil, dass die Form des Druckverlaufs von vornherein bekannt ist und sich mit Sicherheit in gleicher Form wiederholen lässt. Bei der zweiten Methode, bei welcher die Druckschwankungen in einer strömenden Flüssigkeit erzeugt werden, gelingt die Erzielung der Gleichförmigkeit nicht so sicher, wenigstens bei der geschilderten Handhabung des Verfahrens, und man müsste zur Erreichung grösserer Gleichartigkeit der Druckschwankungen gleichfalls zum maschinellen Betrieb übergehen. Ausserdem hat sie den Nachteil, dass die auftretende Druckschwankung nicht von vornherein bekannt ist, sondern durch Registrierung festgestellt werden muss. Einen Vorzug der Methode sehe ich in dem Umstand, dass sie das Manometer unter Bedingungen prüft, welche den im Kreislauf vorhandenen ähnlicher sind als die der ersten Methode. Möglicherweise lassen sich die angegebenen Nachteile künftighin dadurch beseitigen, dass man beide Methoden kombiniert, d. h. Druckschwankungen in einer strömenden Flüssigkeit mit Hilfe eines Exzenters herstellt.

---

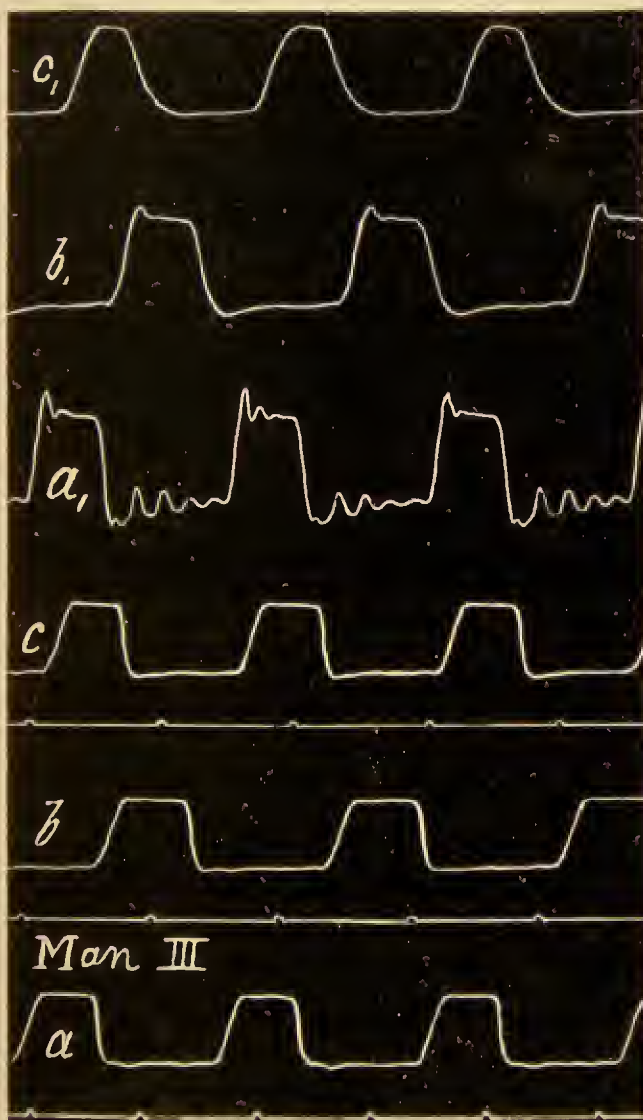
1) Die Kurve des Hebels 1 nach Ausschaltung des Manometers IV ist nicht wiedergegeben, da sie mit der Kurve des Hebels 1 bei Einschaltung der Dämpfung 0,4 übereinstimmt.



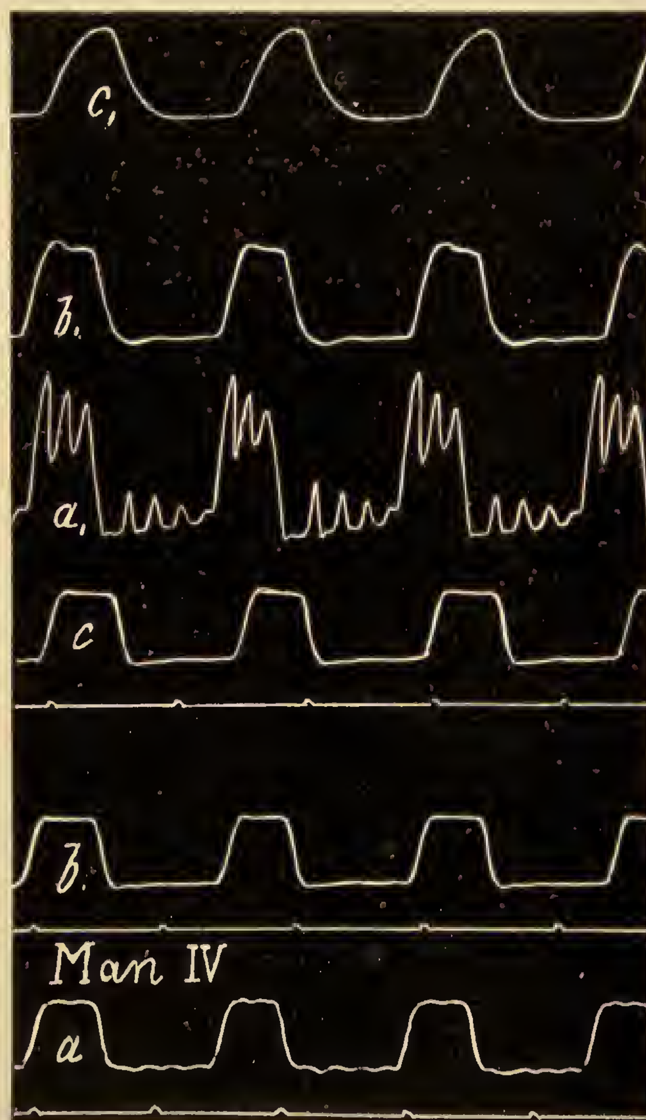
Membran 0,54 cm D.



Membran 0,72 cm D.



Membran 0,90 cm D.



Membran 1,11 cm D.

Verlag von Martin Hager, Bonn.

Zusammenfassung der Ergebnisse.

Da die Korrektur der vom Manometer verzeichneten Kurven auf Grund der Theorie mit Hilfe der Zahl der Eigenschwingungen und der Dekremente die eingangs genannten Fehler hat, und da nicht erwiesen ist, dass die Schwingungszahl des Manometers auch in den Fällen ein Maßstab seiner Güte ist, in welchen die Theorie versagt, ist es wichtig, ein allgemein gültiges Verfahren zur Prüfung der Leistungen der Manometer zu besitzen. Ein solches ist im Vorhergehenden in zwei Modifikationen beschrieben und hat zu folgendem Ergebnis geführt:

1. Die Leistungen der Hebelmanometer gleicher Empfindlichkeit wachsen mit abnehmendem Membranquerschnitt bis herab zu $5^1/_2$ mm Durchmesser.

2. Durch geeignete Dämpfung wird die Leistung der Manometer erhöht.

3. Mit Hilfe der beschriebenen Methode lässt sich auch die Rückwirkung des Manometers auf die einwirkende Kraft nachweisen.

4. Die Prüfung der Manometer mit künstlichen Druckschwankungen von bekannter Form führt nicht durchweg zu denselben Ergebnissen wie die Prüfung nach der Schwingungsmethode.

(Aus dem physiologischen Institut der Universität Breslau.)

Technische Mitteilungen.

Von

K. Hürthle.

(Mit 2 Textfiguren.)

Inhaltsverzeichnis.

1. Beschreibung eines Torsions-Feder-Manometers mit auswechselbarer unveränderlicher Dämpfung für mechanische oder optische Registrierung.

Das Manometer stellt eine Verbesserung eines ähnlichen Instrumentes dar, welches in diesem Archiv Bd. 72 S. 567 beschrieben ist. Es ist auf S. 241 abgebildet, und zwar in Fig. a im Längsschnitt und in Fig. b von oben gesehen. Fig. c stellt den druckregistrierenden Teil von vorn gesehen und Fig. d und e die Muffe mit Vorrichtung zum feinen Anlegen dar.

Das Manometer zerfällt in zwei Teile, welche durch Schrauben *Sch 1* und *2* miteinander verbunden sind:

a) die Vorrichtung zur Messung und Registrierung des Druckes *O* Fig. a, b und c;

b) die Vorrichtung zur Zuleitung des Druckes *Z1 M Z2* Fig. a.

a) Der druckregistrierende Teil besteht aus einer Vorrichtung zum Spannen einer dünnen Stahllamelle (Uhrfeder *FF* Fig. b und c, welche durch Torsion in Anspruch genommen wird und mit dem Hebel *H* fest verbunden ist. Die Feder *FF* ist in den Backen *BB* festgeklemmt, und diese können durch Drehung des Kopfes *Sch 3* der Doppelspindel *Sp* mit Rechts- und Linksgang bis zur genügenden Spannung der Feder auseinandergetrieben werden.

worauf die Spindel durch die Schraube *Sch 4* festgestellt wird. Die Backen haben ausserdem noch eine Führung in dem Stab *PP* Fig. c.

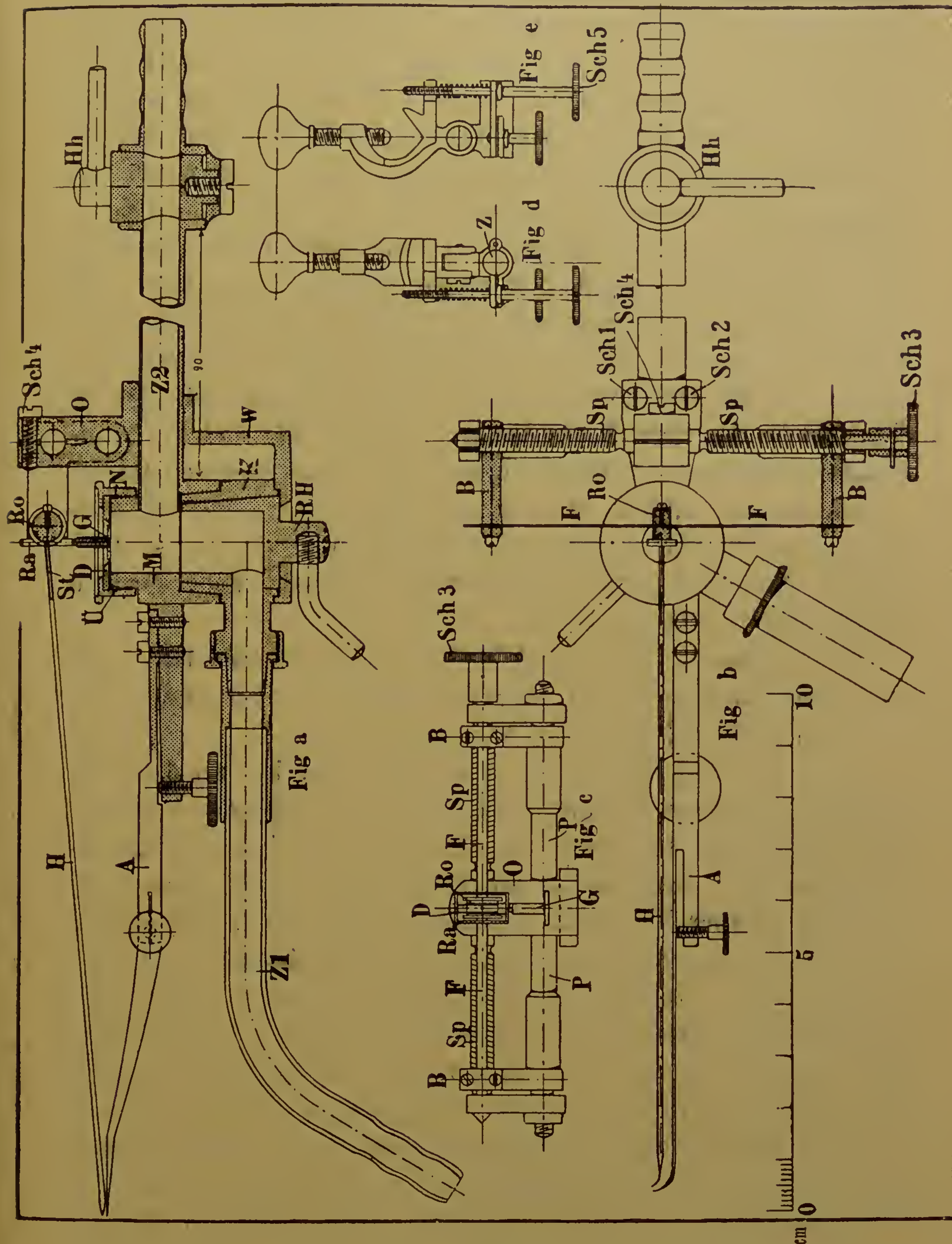


Fig. 1.

Die Vorrichtung erlaubt auch, die Feder von ihrer grössten Länge (6 cm) bis auf die Hälfte zu kürzen.

Um den Druck von dem durch eine dünne Gummimembran abgeschlossenen Manometerkörper *M* auf die Stahlfeder zu über-

tragen, sitzt auf der Membran eine Grundplatte *G* von 7 mm Durchmesser. Ein aus ihrer Mitte sich erhebender Zapfen ist mit einem spindelförmigen Fortsatz des rechtwinkligen Rahmens *Ra* verschraubt. Dieser Rahmen dient zur Verbindung mit der Rolle *Ro* von 6 mm Durchmesser, welche auf der Mitte der Feder derart festgeklemmt ist, dass die Feder die Achse der Rolle bildet. Um die Vertikalbewegungen des Rahmens *Ra* in Torsion der Feder umzusetzen, ist der Rahmen mit der Rolle durch den Faden *D* verbunden, welcher, in doppelter Tour um die Rolle gelegt, am oberen und unteren Querstab des Rahmens befestigt ist [1]). In die Vorderfläche der Rolle ist ein Stift *St* eingeschraubt (die Fäden gehen zu beiden Seiten des Stiftes vorbei), auf welchen der Strohhebel *H* aufgesteckt wird. Er hat eine Länge von 115 mm, so dass seine Spitze nach dem Aufstecken auf den Stift 120 mm von der Feder entfernt ist. Da die Vorderfläche der Rolle 3 mm Abstand von der Feder hat, so ist die Hebelvergrösserung 3 : 120 also eine vierzigfache. Das Gewicht des Strohhebels soll 0,03 g nicht überschreiten. Um das Trägheitsmoment der Schreibvorrichtung möglichst klein zu machen, sind die druckübertragenden Teile: Grundplatte mit Rahmen, Rolle und Stift aus Magnalium gefertigt.

Zur Zeichnung der Null-Linie dient ein mit dem Manometerkörper verbundener, durch Mikrometerschrauben einstellbarer Abszissenschreiber *A* (Fig. a und b).

Was die Frage betrifft, ob es zweckmässiger ist, bei der Konstruktion eines Federmanometers die Feder auf Biegung oder Torsion zu beanspruchen, so glaube ich, dass die von Frank [2]) hervorgehobenen Schwierigkeiten in der Benützung der auf Torsion beanspruchten Feder bei meinem Modell beseitigt sind; den grossen Vorteil dieser Feder sehe ich in der festen Verbindung des Hebels mit der Feder. Dadurch werden Fehler vermieden, welche bei Hebelvergrösserungen nicht zu vermeiden sind, wenn sie durch Gelenke hergestellt werden. Ausserdem ergab ein Vergleich einer auf Torsion beanspruchten Feder bei 40-facher Hebelvergrösserung mit einer auf Biegung beanspruchten von gleicher Empfindlichkeit und gleicher durch Gelenke hergestellter Hebelvergrösserung, dass die Schwingungszahl der ersteren wesentlich grösser ist, als die der

---

1) Vgl. Pflüger's Arch. Bd. 72 S. 567.

2) Frank, Zeitschr. f. Biol. Bd. 54 S. 23. 1910.

letzteren. Sie betrug nämlich 35 pro Sekunde für die Torsions-Feder und 20 für die Flachfeder.

2. Am druckzuführenden Teil ist der Manometerkörper *M* Fig. a im Vergleich zu den früheren Modellen infolge der Anfügung der Dämpfungsvorrichtung wesentlich höher geworden. Oben wird das Manometer durch eine Kondom-Membran verschlossen, welche in mässig gespanntem Zustand aufgelegt und in der Nut *N* festgebunden wird. Zu diesem Zwecke wird die druckregistrierende Vorrichtung *O* entfernt. Nach dem Aufbinden der Membran überzeugt man sich zunächst, dass die Grundplatte *G*, wenn *O* an seine Stelle zurückgebracht wird, die Membran gerade berührt oder sie kaum merklich eindrückt. Ist dies nicht der Fall, so benutzt man zur Regulierung kleiner Differenzen die Verschraubung zwischen Grundplatte und Rahmen *Ra*. Grobe Unterschiede müssen durch geeignete Stellung des Rahmens gegen die Rolle mit Hilfe der Fadenverbindung ausgeglichen werden. Durch die mehr oder weniger hohe Stellung der Grundplatte gegen die Membran werden die Eichungsausschläge des Hebels nicht unwesentlich beeinflusst. Nach dieser Kontrolle wird die druckmessende Vorrichtung noch einmal entfernt, die Scheibe *D* auf die Membran gelegt und mit der Überwurfmutter *U* festgeschraubt. Die Scheibe *D* hat einen kreisförmigen Ausschnitt, welcher 0,4 mm grösser ist als der Durchmesser der Grundplatte *G*. Zwischen beiden bleibt also ein durch die Membran verschlossener ringförmiger Spalt von $^1/_5$ mm.

Bei der endgültigen Verbindung der druckmessenden Vorrichtung mit dem Manometerkörper wird die Grundplatte mit Hilfe einer dünnen Schellackschicht auf die Membran geklebt. Um sich zu überzeugen, dass die Grundplatte genau in der Mitte der Membran sitzt, kann man den druckzuleitenden unteren Teil des Manometers durch Abschrauben des Winkels *W* entfernen und sieht bei der Beobachtung gegen eine helle Fläche die Grundplatte von einem gleichmässigen hellen Saum umgeben.

Der untere Teil des Manometerkörpers *M* wird von der Dämpfungsvorrichtung eingenommen. Sie besteht darin, dass die Zuleitungsröhre *Z1* des Manometers bis auf eine in der Achse liegende kreisförmige Öffnung von 0,6 bzw. 0,4 mm Durchmesser verschlossen wird. Um diese Dämpfung gegen die volle Öffnung der Zuleitungsröhre (7 mm) vertauschen und das Manometer auch vollkommen abschliessen zu können, befinden sich die Dämpfungslöcher

in dem Mantel des Hohlkegels *RH*. Dieser Mantel hat auf dem ersten Quadranten ein Loch von 7 mm Durchmesser, auf dem zweiten ein solches von 0,6 mm und auf dem dritten von 0,4 mm Durchmesser. Der vierte Quadrant ist geschlossen. Durch Drehung dieses Hohlkegels, den ich Revolverhahn nenne, kann daher das Manometer abwechselnd geschlossen und die volle Öffnung oder die beiden Dämpfungen eingeschaltet werden. Die Dämpfungslöcher stellen nicht kurze zylindrische Röhren dar, sondern abgestumpfte Kegel, welche an der Basis einen Durchmesser von 4 mm und nur an der äussersten Spitze die kleine Öffnung haben. Diese Form ist gewählt, um Verstopfungen der feinen Löcher vorzubeugen, hat dabei aber noch den Vorteil, dass das Dämpfungsloch von äusserst geringer Länge, die wirksame Masse der eingeschlosssenen Flüssigkeit also verschwindend ist. Die Wirkung dieser Dämpfung ist aus dem Abschnitt C der Experimentalkritik sowie aus der vorhergehenden Abhandlung S. 234 zu entnehmen.

Zur Füllung des Manometers und zur Druckzuleitung dienen die Röhren *Z1* und *Z2*. Letztere ist durch den Hahn *Hh* verschliessbar und dient zugleich als Träger des Manometers. Sie wird zu diesem Zweck in der Zange *Z* der Muffe Fig. d und e festgeklemmt. — An der Muffe befindet sich auch die Schraube *Sch5* zum feinen Anlegen der Schreibspitze an das berusste Papier.

Die Zuleitungsröhre *Z1* ist in einen Messingstutzen gekittet. welcher durch Kegelschliff mit Überwurfmutter an einen Fortsatz des Hohlkegels *K* angefügt wird. Dieser Hohlkegel ist in den Manometerkörper *M* eingelassen und wird durch den abnehmbaren Winkel *W* an diesen angedrückt erhalten. Er hat den Zweck, eine Drehung der Zuleitungsröhre *Z1* um den Manometerkörper als Achse zu ermöglichen, und ihr bei den Tierversuchen eine möglichst bequeme Lage zu geben. Da der Revolverhahn *RH* sich innerhalb des Hohlkegels *K* befindet, macht er alle Drehungen der Röhre *Z1* mit, wird also in seiner Stellung durch die Drehungen der Röhre nicht beeinflusst.

Man könnte denken, dass durch die Ineinanderschaltung der Kegel die Dichtigkeit des Apparates leide; das ist aber bei den in meinem Gebrauch befindlichen Instrumenten nicht der Fall: sie schliessen bei sparsamer Benützung von gutem Hahnfett luftdicht[1]).

---

1) Das Manometer wird von Herrn Univ.-Mechaniker Eug. Albrecht in Tübingen geliefert.

Zur luftfreien Füllung des Manometers bedient man sich zweier Füllkugeln von 6 bis 8 cm Durchmesser (ähnlich den in Fig. 2 S. 247 abgebildeten) und verbindet diese, mit Wasser oder einer anderen geeigneten Flüssigkeit gefüllt, durch Vermittlung von Gummischläuchen (von etwa 1/2 m Länge und 8 mm Lumen) mit den Zuleitungsröhren *Z1* und *Z2*. Dann schickt man bei voller Öffnung des Revolverhahnes 6- bis 12 mal durch das Manometer einen kräftigen Strom hindurch, indem man die eine Kugel tief, die andere höher hält und in letzterer durch Pressen mit dem Munde einen starken Druck erzeugt. Dabei ist das Manometer abwechselnd aufrecht und umgekehrt (mit dem Hebel *H* nach unten) zu halten, so dass die unterhalb der Gummimembran befindliche Luftschicht von den Wirbeln erfasst und durch *Z1* entfernt wird. Besonderes Augenmerk ist noch auf die Füllung der Dämpfungslöcher zu richten. Sie werden entweder nachträglich in der Weise gefüllt, dass sie bei nach aufwärts gerichteter Stellung der Röhre *Z1* eingeschaltet werden, und dass durch Nachpressen von Flüssigkeit aus *Z2* die in ihnen befindliche Luftblase nach *Z1* entleert wird. Besser ist es, die in den Dämpfungslöchern befindliche Luft vor der Füllung des Manometerkörpers zu entfernen, indem man bei abwärts gerichteter Röhre *Z1* durch Einpressen von Flüssigkeit in diese die Luft aus den Dämpfungslöchern in den Manometerkörper treibt. Dass es bei dieser Handhabung möglich ist, sämtliche Luft aus dem Manometer zu entfernen, davon kann man sich auf folgende Weise überzeugen: Man schraubt die druckmessende Vorrichtung *O* ab, entfernt die Überwurfmutter *U* und die Deckscheibe *D* vom Manometer und sieht, ob unter der Membran eine Luftblase vorhanden ist oder nicht. Eine solche lässt sich durch die halbdurchsichtige Membran hindurch sehr deutlich erkennen; man wird sie aber bei sorgfältiger Ausführung der Füllung stets vermissen. Nach Entfernung der Röhre *Z1* vom Fortsatz des Kegels *K* kann man sich ferner durch einen Blick auf die Dämpfungslöcher überzeugen, dass die Luft aus ihnen entfernt ist.

Die aufzuzeichnenden Druckschwankungen werden entweder durch den Strohhebel *H* auf berusstes Papier oder optisch registriert. Ist letzteres erforderlich, so ersetzt man den Hebel *H* durch einen kürzeren von etwa 3 cm Länge, an dessen Spitze ein feiner Glasfaden von etwa 0,02 bis 0,06 mm Durchmesser und 3 mm Länge angeklebt ist. Ein Bild dieses Glasfadens wird durch

eine geeignete Linse (Mikroplanar) auf den lichtempfindlichen Film entworfen und registriert. Dabei kann man die Elastizitätskonstante des Manometers entweder durch Verkleinerung der Grundplatte *G* oder durch Einsetzen einer wesentlich stärkeren Feder erhöhen; die dadurch eintretende Verminderung der statischen Empfindlichkeit wird durch die optische Vergrösserung kompensiert.

Diese Art der optischen Registrierung hat gegenüber der Anwendung eines mit der Feder des Manometers verbundenen Spiegels gewisse Vorzüge:

a) Da die Bewegungen der Grundplatte durch den Hebel schon etwa zehnfach vergrössert werden, so kommt man mit einer geringen optischen Vergrösserung, nämlich mit einer zwanzig- bis dreissigfachen, aus, bei einer Gesamtvergrösserung von 200 bis 300. Das hat wieder den Vorteil, dass der Abstand des Objektivs vom Manometer relativ gross ist, und dass zur Beleuchtung eine geringe Lichtquelle genügt, die von einem Nernstfaden geliefert wird. Auf diese Weise sind z. B. die auf Taf. I abgebildeten Manometerschwingungen registriert. Dabei ist das Trägheitsmoment des vergrössernden Hebels nicht wesentlich grösser als das einer Spiegelvorrichtung (s. S. 165 der Experimentalkritik).

b) Man kann ferner bequem die Bewegungen zweier Manometer gleichzeitig durch eine Linse abbilden, indem man die Glasfaden der Hebel so stellt, dass sie dicht übereinander in einer vertikalen Ebene liegen.

2. Eine Vorrichtung zur Eichung der Manometer.

Das zur Eichung der Manometer eingerichtete, in diesem Archiv Bd. 43 S. 421 beschriebene Quecksilbermanometer hat den Nachteil, dass zur Einstellung der verschiedenen Werte eine gewisse Zeit erforderlich ist, und dass die bei den einzelnen Eichungen erzielten Druckwerte nicht genau gleich sind, wenn Manometerröhre und Quecksilber-Meniskus nicht vollkommen rein sind. Diese Missstände werden durch die folgende Vorrichtung beseitigt.

An einer Stativstange von 2 m Höhe werden drei Glaskugeln K_0 K_1 und K_2 Fig. 2 S. 247 von 8 cm Durchmesser so befestigt, dass der Höhenunterschied ihres Äquators 80 (oder 100) cm beträgt. Zu diesem Zweck sind auf der Stativstange Schieber mit ringförmigen Ansätzen angebracht, in welchen die Kugeln derart

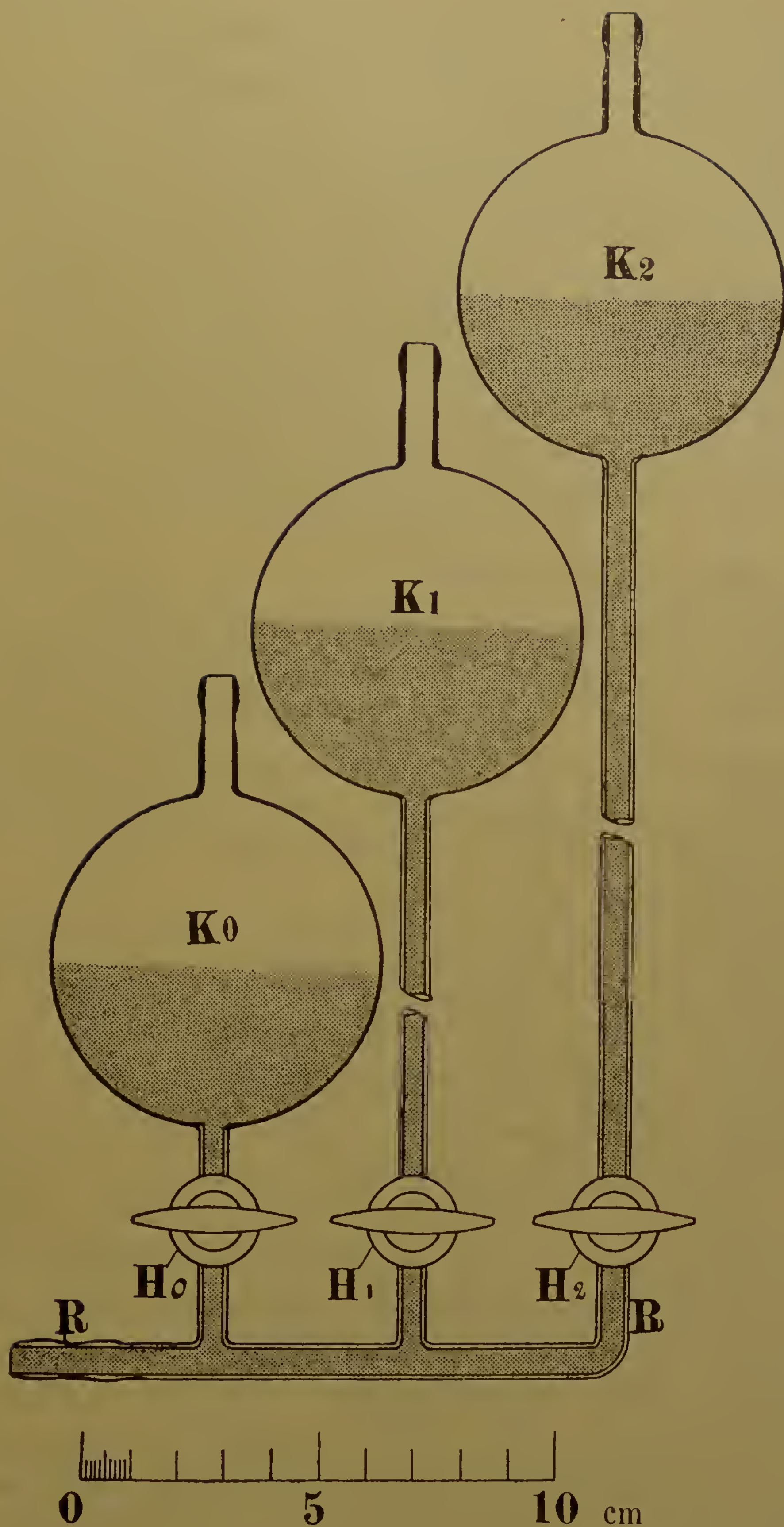


Fig. 2.

liegen, dass sie bis zum Äquator in die Öffnung einsinken. Unterhalb der Kugeln befindet sich am gleichen Stativ die Röhre RR mit drei durch die Hähne H_0, H_1 und H_2 verschliessbaren Fort-

sätzen. Letztere sind mit den drei Kugeln durch Glasröhren und kurze Gummischläuche verbunden. Das ganze System wird bis zum Äquator der Kugeln mit destilliertem Wasser gefüllt.

Das zu eichende Manometer wird in gefülltem Zustand durch ein Schlauchstück an R angeschlossen und durch die Membran des Manometers auf gleiche Höhe mit dem Äquator von K_0 gebracht; man hat dann Nulldruck bei Öffnung von H_0. Die Abszisse wird registriert, darauf H_0 geschlossen und H_1 geöffnet, desgleichen H_2 nach Schluss von H_1 und so werden die Druckwerte von 80 und 160 cm Wasser registriert. Auf diese Weise verläuft die Eichung sehr rasch und genau, auch kann man sich z. B. während eines Versuches von der Konstanz der Manometerausschläge leicht überzeugen, wenn man die Eichungsvorrichtung mit der Röhre $Z\,2$ (Fig. 1 S. 241) verbunden lässt.

Diese Vorrichtung hat allerdings den Nachteil, dass die Eichungen nur für die zwei eingestellten Druckunterschiede festgestellt werden können. Allein diese Feststellung ist für die meisten Zwecke ausreichend. Auch die geringe Handlichkeit des Apparates muss man mit in Kauf nehmen. Ich habe ihn auf einem besonderen Schemel montiert, welcher unmittelbar neben das Kymographion gestellt werden kann.

Bei solchen Eichungen zeigt sich nun, dass die Ordinate für 0—80 gewöhnlich etwas grösser ist als die für 80 — 160 cm Wasser (ausnahmsweise kommt auch das Umgekehrte vor und hat seine Ursache darin, dass bei der Nullstellung die Grundplatte der Membran nicht aufliegt). Will man genau gleiche Ordinaten für gleichen Druckzuwachs haben, so benutzt man das Manometer im Druckbezirk von 0 — 20 cm Wasser überhaupt nicht. Man eicht es dann so, dass der Äquator von K_0 20 cm über die Manometer-Membran gebracht und die nunmehr eintretende Stellung des Manometerhebels als Abszisse registriert wird. Selbstverständlich muss dann die zu untersuchende Arterie auf dieselbe Höhe, nämlich 20 cm über das Manometer, gebracht werden. Auch die negativen Druckwerte im Inneren der Herzkammer kann man so registrieren, dass das Manometer seine Gleichgewichtslage nicht passiert, indem man das Herz 40 — 50 cm über den Manometerspiegel erhebt. Allerdings hat man dabei den Nachteil der Verlängerung der schwingenden Flüssigkeitssäule.

3. Das Kapillar-Volumeter

dient zur Messung der Flüssigkeitsmenge, welche bei einem bestimmten Druckzuwachs in das Manometer bezw. die Zuleitungsröhre eintritt. Es besteht aus einer Glaskapillare von etwa 1 qmm Querschnitt und 20 cm Länge, welche durch Messung unter dem Mikroskop auf kreisförmigen Querschnitt und durch Eichung mit Hilfe eines Quecksilberfadens auf ihre Gleichförmigkeit geprüft sein muss. Die beiden Enden der Kapillare sind kegelförmig aufgeblasen und mit weiteren kurzen Röhren verschmolzen. In die Kapillare wird ein 12 mm langer Kolben aus Hartgummi derart verpasst, dass er sich nach Füllung mit Wasser eben noch leicht durch die Kapillare bewegt. Er dient als Indikator für die Grösse der Flüssigkeitsverschiebung.

Der Querschnitt der Kapillare wird durch Wägung eines Quecksilberfadens von gemessener Länge genau bestimmt und danach eine Tabelle angefertigt, welche die Volumverschiebung pro 1, 2, 3 usw. mm Verschiebung des Kolbens enthält.

Das Instrument wird derart gebraucht, dass es zwischen das zu prüfende Manometer und den Eichungsapparat eingeschaltet wird. Bis zur luftfreien Füllung bleibt der Hartgummikolben in der weiteren Röhre liegen und wird danach durch geeignete Haltung der Röhre und geringe Flüssigkeitsverschiebung in den Anfang der Kapillare eingeführt. Bei der Einstellung verschiedener Druckwerte im Eichungsapparat stellt man dann durch Beobachtung des in der Kapillare befindlichen Kolbens über einem Millimeter-Maßstab die Grösse der Flüssigkeitsverschiebung fest. Durch abwechselnde Verbindung des Kapillarvolumeters direkt mit dem Manometerkörper und mit den Zuleitungsröhren kann man auch ermitteln, welcher Teil der Flüssigkeitsverschiebung durch die Volumelastizität des Manometers, und welcher andere durch dehnbare Verbindungsstücke bedingt ist. Die Verbindung des Kapillarvolumeters mit dem Manometer muss natürlich eine undehnbare sein. Am vollkommensten wird dies erreicht, wenn man das Kapillarvolumeter in die kurze Messingröhre einkittet, welche durch Überwurfmutter mit dem Fortsatz des Manometerkegels *K* Fig. 1 S. 241 verbunden wird.

Kritische Randglossen zu den theoretischen Untersuchungen von O. Frank über Manometer.

Von

Clemens Schaefer.

(Mit 3 Textfiguren.)

O. Frank hat in zahlreichen Abhandlungen sich bemüht, für die Konstruktion von Manometern eine theoretisch-physikalische Grundlage zu liefern. Diese Abhandlungen sind, soweit mir bekannt ist, von drei Autoren angegriffen worden. Einmal hat Hürthle[1]) die Ergebnisse der Frank'schen Theorie einer eingehenden Experimentalkritik unterzogen, deren Resultat man folgendermaßen zusammenfassen kann: für kleine Eigenschwingungszahlen (d. h. in einem für die praktische Anwendung auf den Blutdruck ungünstigen Bereich) stimmt die Theorie befriedigend; für grosse Schwingungszahlen, wie sie in der Praxis gebraucht werden, versagt sie dagegen in auffälliger Weise.

Ferner hat O. Weiss[2]) gezeigt, dass bei Anwendung auf das von ihm konstruierte Instrument die Frank'sche Theorie vollkommen versagt, da sie dem Experiment durchaus widersprechende Resultate liefert.

Endlich haben Nicolai und Schlick[3]) einen (mehr unwesentlichen) Punkt herausgegriffen, in dem sie die Richtigkeit der Frank'schen Deduktion bestreiten. Ich selbst habe mir bei diesem Punkte keine Anschauung darüber bilden können, welches eigentlich die Meinung von Frank ist, und werde deshalb nur insofern auf diese Diskussion eingehen, als es sich um einen allgemeineren Interesses würdigen Punkt handelt.

---

1) K. Hürthle, siehe die vorangehende Arbeit. Pflüger's Arch. Bd. 137 S. 153.

2) O. Weiss, Arch. f. d. ges. Physiol. Bd. 132 S. 539. 1910.

3) Nicolai und Schlick, Arch. f. Anat. u. Physiol., Abt. f. Physiol. 1907 S. 129.

Ich beabsichtige im folgenden, wie schon der Titel andeuten soll, keineswegs eine vollständige Kritik der Frank'schen Arbeiten zu geben, da mir als Physiker der Gegenstand sonst fernliegt; sondern ich möchte nur zeigen, dass an manchen nicht unwesentlichen Stellen die Frank'schen Deduktionen unrichtig sind. Ich möchte dadurch vor allen Dingen dazu beitragen, dass man auf dem Gebiete der Manometerkonstruktion das Experiment nicht zugunsten der Theorie missachten möge, welch' letztere nach meiner Ansicht keineswegs so weit ausgebildet ist, dass sie volles Zutrauen verdiente.

§ 1.

Ich betrachte zunächst ein Manometer von der einfachen Form, wie Frank[1]), bestehend aus einer überall gleich weiten Röhre, vom Querschnitt Q, die bis zur Länge L mit Flüssigkeit vom spezifischen Gewicht s gefüllt sei.

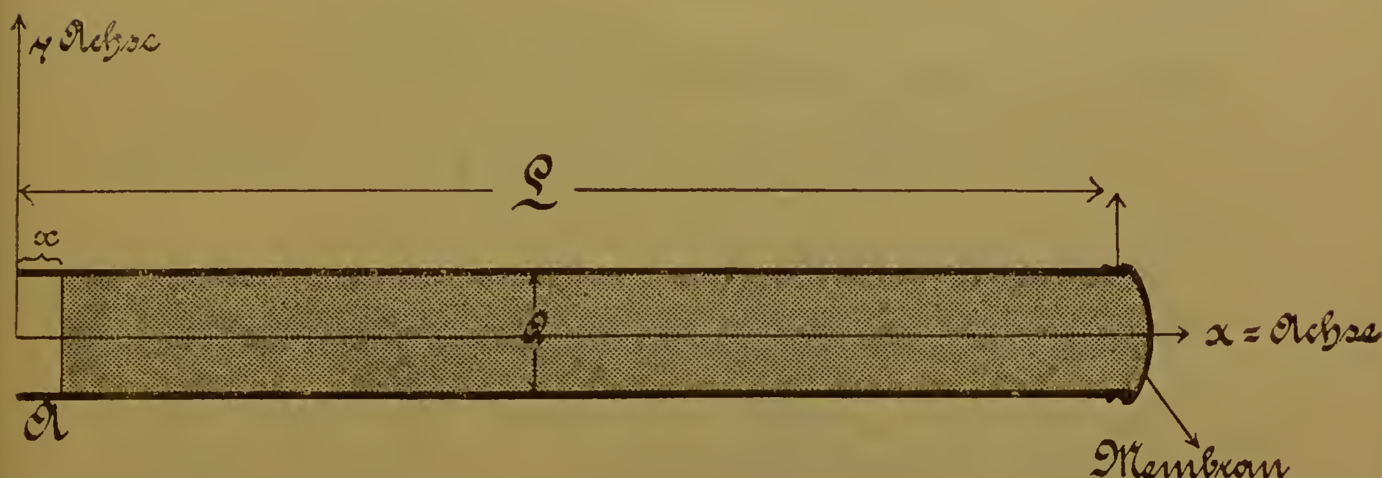


Fig. 1.

Das Ende A derselben falle mit dem Koordinatenanfangspunkt zusammen, die Rohrachse koinzidiere mit der x-Richtung. Am anderen Ende ist das Rohr durch eine mit Schreibvorrichtung versehene Membran verschlossen, die als eigentliches Manometer dient. Durch eine Verschiebung der Flüssigkeit in Richtung der positiven X-Achse wird die Membran ausgebaucht und übt eine zurücktreibende Kraft auf die Flüssigkeit aus. Von der Bewegung der letzteren werde angenommen, was mit der Erfahrung im grossen und ganzen übereinstimmen dürfte, dass sie sich als Ganzes verschiebt.

Ich ziehe es vor, die Differentialgleichung, aus später hervortretenden Gründen, etwas anders abzuleiten, als dies Frank im An-

1) Kritik der elastischen Manometer. Zeitschr. f. Biol. Bd. 44 S. 458. 1903.

schluss an Mach und seine anderen Vorgänger tut. Ich verwende zu diesem Zwecke die Lagrange'schen Gleichungen in der kanonischen Form, die aus der lebendigen Kraft $\varLambda$ und der potentiellen Energie $\varPhi$ die Bewegungsgleichungen eines Systems abzuleiten gestatten. Bezeichnet M die Masse der Flüssigkeit im Rohr (die des eigentlichen Manometers wird vernachlässigt), x die Verschiebung des Endes A der Flüssigkeit aus der Ruhelage, so ist durch Angabe von x als Funktion der Zeit t das ganze System bestimmt; x kann daher als „allgemeine Koordinate" im Sinne der Lagrange'schen Gleichung gewählt werden.

Nun ist offenbar die

$$\left.\begin{array}{ll}\text{kinetische Energie:} & \varLambda = \frac{1}{2} M \left(\frac{dx}{dt}\right)^2, \\ \text{die potentielle Energie:} & \varPhi = \frac{1}{2} E x^2\end{array}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (1)$$

wo E einen noch näher zu bestimmenden Proportionalitätsfaktor bedeutet.

Nach Lagrange ist nun die Bewegungsgleichung

$$\frac{\partial \varPhi}{\partial x} - \frac{\partial \varLambda}{\partial x} + \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial \varLambda}{\partial\left(\frac{dx}{dt}\right)}\right) = 0 \quad \ldots \quad (2)$$

Die Ausrechnung ergibt:

$$\frac{\partial \varPhi}{\partial x} = Ex, \; \frac{\partial \varLambda}{\partial x} = 0, \; \frac{\partial \varLambda}{\partial\left(\frac{dx}{dt}\right)} = M\frac{dx}{dt}, \; \frac{d}{dt}\left(M\frac{dx}{dt}\right) = M\frac{d^2x}{dt^2}.$$

Also folgt die Differentialgleichung:

$$M\frac{d^2x}{dt^2} + Ex = 0 \quad \ldots \ldots \quad (3)$$

von der eine partikuläre Lösung ist:

$$x = \cos\sqrt{\frac{E}{M}}\,t \quad \ldots \ldots \quad (4)$$

Die Schwingungsdauer dieses Systems ist:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M}{E}} \quad \ldots \ldots \quad (5)$$

Bis hier stimmt im wesentlichen Alles mit Frank überein.

Wir gehen nun zur Untersuchung des Proportionalitätsfaktors E über. Nach Ausweis von (3) ist der absolute Betrag von E

$$|E| = \frac{\text{Kraft}}{\text{Verschiebung}}, \text{ oder auch } = \frac{\text{Kraftzuwachs}}{\text{Verschiebungszuwachs}} = \frac{\varDelta K}{\varDelta x}.$$

Man kann nun nach Frank eine kleine Transformation ausführen, indem man statt der Kraft K den hydrostatischen Druck p einführt; setzt man dementsprechend

$$K = p . Q, \quad \ldots \ldots \quad (6a)$$

ferner:

$$x Q = V, \quad \ldots \ldots \quad (7b)$$

wobei V also die Volumverschiebung des Flüssigkeitsendes A aus der Ruhelage bedeutet, und endlich:

$$M = L s Q$$

so folgt durch Einsetzen in (4):

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Ls}{Q} \frac{1}{\left(\frac{\varDelta p}{\varDelta V}\right)}} \quad \ldots \ldots \quad (7)$$

Bezeichnet man nach Frank

$$\left.\frac{Ls}{Q} = M' \text{ als wirksame Masse,}\right\} \quad \ldots \quad (8a)$$

$$\left.\frac{\varDelta p}{\varDelta V} = E' \text{ als Elastitätskonstante,}\right\} \quad \ldots \quad (8b)$$

so hat man

$$\left.x = \cos \sqrt{\frac{E'}{M'}}\, t,\right\} \quad \ldots \ldots \quad (9a)$$

$$\left.T = 2\pi \sqrt{\frac{M'}{E'}}\right\} \quad \ldots \ldots \quad (9b)$$

x kann daher auch als Lösung der folgenden Differentialgleichung betrachtet werden:

$$M' \frac{d^2 x}{dt^2} + E' x = 0 \quad \ldots \ldots \quad (3a)$$

die mit der ersten natürlich identisch ist.

Von Interesse ist nun Gleichung (9b), die wir in folgender Weise schreiben:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{Ls}{Q E'}} \quad \ldots \ldots \quad (9b)$$

und zwar sieht man daraus, wie sich T mit den Bestimmungsstücken L, s, Q, E' ändert.

E' ist der Messung leicht zugänglich und seine Einführung durch Frank daher als zweckmässig zu bezeichnen. Man kann E' mit Rücksicht auf seine Bedeutung in (3a) als „Elastizitätskonstante" des Manometers bezeichnen; natürlich kann man auch E selbst nach

Gleichung (3) diesen Namen beilegen. Letztere Bezeichnung entspricht der in der Mechanik üblichen. Ich mache darauf aus folgendem Grunde aufmerksam:

Frank wundert sich ausserordentlich darüber[1], dass in Formel 9b) $\sqrt{Q}$ im Nenner steht. In der Tat, da nach Voraussetzung das Manometer wie ein Massenpunkt sich verhalten soll, sollte man auf den ersten Blick $\sqrt{Q}$ im Zähler erwarten. Eine derartige Überlegung ist offenbar der Grund von Frank's Erstaunen. Eine solche Erwägung trifft jedoch nicht den Kern der Sache. Denn wenn man, was ja natürlich möglich ist, E (an Stelle von E') in den betreffenden Formeln beibehält, so ergibt Gleichung (5)

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{LsQ}{E}} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad (5\,a)$$

also $\sqrt{Q}$ im Zähler.

Dass $\sqrt{Q}$ im Nenner von (9b) auftritt, rührt lediglich von der Frank'schen Einführung der Grösse E' in die Gleichungen her. Dagegen ist auch gar nichts zu erinnern; nur ist es keineswegs wunderbar (da dies Verfahren von dem in der Mechanik meist gebräuchlichen abweicht), dass die Formeln etwas anders aussehen, dass insbesondere hier $\sqrt{Q}$ im Nenner auftritt.

Nach dieser Auseinandersetzung dürfte es klar sein, dass man ebensowohl sagen kann, dass T proportional $\sqrt{Q}$, wie auch, dass T umgekehrt proportional $\sqrt{Q}$ sei; man muss sich nur jedesmal klarmachen, ob unter dem Elastizitätskoeffizienten E oder E' gemeint ist.

§ 2.

Bis hierher waren Frank's Deduktionen, wenigstens soweit es auf das Resultat ankommt, richtig. Da jedoch das in Fig. 1 betrachtete Manometer der Wirklichkeit insofern nicht entspricht, als beim Tierversuch Röhrenverbindungen von verschiedenem Querschnitt benutzt werden müssen, so sucht Frank in dem folgenden Abschnitte[2] die Theorie auf solche Manometer zu erweitern. Diese Erweiterung bildet das eigentlich Neue in der Arbeit Frank's, denn die in § 1 behandelten Entwicklungen sind wesentlich schon bei Frank's Vorgängern vorhanden.

---

1) Frank, Kritik S. 471 und 481.

2) Kritik S. 481 ff., besonders S. 484 ff.

Wir betrachten ein Röhrensystem von n Röhren. Länge und Querschnitt der λ ten Röhre seien L_λ und Q_λ. Die nte (letzte) Röhre ist wieder durch eine Membran verschlossen. Das ganze Röhrensystem ist mit Flüssigkeit von dem spezifischen Gewicht s gefüllt und das Koordinatenkreuz wie in Fig. 1 gewählt.

Frank erhält hier[1]), wie er sagt, durch Anwendung des d'Alembert'schen Prinzips, folgende Differentialgleichung:

$$s \frac{d^2 x_1}{dt^2} \sum_{\lambda}^{1,n} \frac{L_\lambda}{Q_\lambda} + E' x_1 = 0 \text{ [1])} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10)$$

wo die Summe über das ganze Röhrensystem zu erstrecken ist.

Fig. 2.

Ich muss aber zu meinem Bedauern gestehen, dass ich diese Anwendung des d'Alembert'schen Prinzips nicht verstanden habe. Ich werde in der Tat im folgenden zeigen, dass die obige Differentialgleichung falsch ist.

Wir können, um zur Aufstellung der richtigen Differentialgleichung zu gelangen, wieder das in § 1 eingeschlagene Verfahren anwenden. Bezeichnen wir mit x_1 die Verschiebung des Endes A der Flüssigkeit aus der Ruhelage, mit x_2 bis x_n die entsprechenden Verschiebungen in den Röhren 2 bis n, so sind die Geschwindigkeiten in den einzelnen Röhren respektive

$$\frac{dx_1}{dt}, \frac{dx_2}{dt}, \; . \; . \; . \; \frac{dx_n}{dt}.$$

---

1) Kritik S. 487, Gleichung (10); Frank schreibt diese Gleichung etwas anders, aber sie ist mit der von mir angegebenen Form identisch.

Wir erhalten so für die kinetische Energie:

$$\mathit{\Delta} = \tfrac{1}{2}\left\{ M_1 \left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + M_2\left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 \cdots M_n\left(\frac{dx_n}{dt}\right)^2 \right\} \quad \text{(11 a)}$$

für die potentielle Energie:

$$\Phi = \tfrac{1}{2}\, E x_n^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(11 b)}$$

mit M_1 bis M_n sind die Flüssigkeitsmengen in den entsprechenden Röhren bezeichnet.

Den Ausdruck für die lebendige Kraft kann man verändern, wenn man berücksichtigt, dass:

$$M_1 = (L_1 - x_1) Q_1 s,$$
$$M_2 = L_2 Q_2 s,$$
$$\cdots\cdots$$
$$M_\lambda = L_\lambda Q_\lambda s \quad (\lambda = 2.\, 3, \cdots n-1)$$
$$\cdots\cdots$$
$$M_n = (L_n + x_n) Q_n\, s.$$

Man erhält so aus (11 a):

$$\mathit{\Delta} = \frac{s}{2}\left\{ (L_1 - x_1) Q_1 \left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + L_2 Q_2 \left(\frac{dx_2}{dt}\right)^2 \cdots (L_n + x_n) Q_n \left(\frac{dx_n}{dt}\right)^2 \right\},$$

oder

$$\mathit{\Delta} = \frac{s}{2}\left\{ \sum_{\lambda}^{1,n} L_\lambda Q_\lambda \left(\frac{dx_\lambda}{dt}\right)^2 - x_1 Q_1 \left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 + x_n Q_n \left(\frac{dx_n}{dt}\right)^2 \right\}$$

Nun bestehen weiter, wegen der Inkompressibilität der Flüssigkeit, die Beziehungen:

$$Q_1 x_1 = Q_2 x_2 = \cdots Q_\lambda x_\lambda = \cdots Q_n x_n$$

oder auch, durch Differentiation:

$$Q_1 \frac{dx_1}{dt} = Q_2 \frac{dx_2}{dt} = \cdots Q_\lambda \frac{dx_\lambda}{dt} = \cdots Q_n \frac{dx_n}{dt}$$

Daraus folgen die Relationen:

$$x_n = \frac{Q_1}{Q_n}\, x_{x_1}$$

$$\frac{dx_2}{dt} = \frac{Q_1}{Q_2}\,\frac{dx_1}{dt}, \;\ldots\; \frac{dx_n}{dt} = \frac{Q_1}{Q_n}\,\frac{dx_1}{dt}.$$

Also ergibt sich endlich:

$$\mathit{\Delta} = \frac{Q_1^2\, s}{2}\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 \left\{ \sum_{\lambda}^{1,n} \frac{L_\lambda}{Q_\lambda} - Q_1 x_1 \left(\frac{1}{Q_1^2} - \frac{1}{Q_n^2}\right) \right\} \; . \quad \text{(12 a)}$$

Ebenso folgt für Φ:

$$\Phi = \tfrac{1}{2}\, E'\, x_1^2\, Q_1^2 \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad \text{(12 b)}$$

Bilden wir nun die Lagrange'sche Gleichung! Wir erhalten der Reihe nach:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial x_1} = -\frac{Q_1^2 s}{2}\left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 Q_1 \left(\frac{1}{Q_1^2} - \frac{1}{Q_n^2}\right);$$

$$\frac{\partial \Delta}{\partial \left(\frac{dx_1}{dt}\right)} = Q_1^2 s \left(\frac{dx_1}{dt}\right)\left\{\sum_{\lambda}^{1,n} \frac{L_\lambda}{Q_\lambda} - Q_1 x_1 \left(\frac{1}{Q_1^2} - \frac{1}{Q_n^2}\right)\right\};$$

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{\partial \Delta}{\partial \left(\frac{dx_1}{dt}\right)}\right\} = Q_1^2 s \frac{d^2 x_1}{dt^2}\left\{\sum_{\lambda}^{1,n} \frac{L_\lambda}{Q_\lambda} - Q_1 x_1 \left(\frac{1}{Q_1^2} - \frac{1}{Q_n^2}\right)\right\}$$

$$- Q_1^2 s \left(\frac{dx_1}{dt}\right)^2 Q_1 \left(\frac{1}{Q_1^2} - \frac{1}{Q_n^2}\right);$$

$$\frac{\partial \Phi}{\partial x_1} = E' x_1 Q_1^2.$$

Bezeichnen wir der Kürze halber

$$\frac{s}{2} Q_1 \left(\frac{1}{Q_1^2} - \frac{1}{Q_n^2}\right) \text{ mit } B,$$

so erhalten wir als endgültige Gleichung:

$$s \frac{d^2 x_1}{dt^2} \sum \frac{L}{Q} - 2 B x_1 \frac{d^2 x_1}{dt^2} - B \left(\frac{d x_1}{dt}\right)^2 + E' x_1 = 0 \qquad (13)$$

Dies ist die unter den gemachten Voraussetzungen richtige Gleichung, die an Stelle der falschen Gleichung von Frank zu treten hat.

Man erkennt daraus folgendes:

Wenn — was aber bei Blutdruckversuchen unmöglich ist, wie mir Hürthle mitgeteilt hat — $Q_1 = Q_n$, d. h. Anfangs- und Endquerschnitt gleich sind, dann und nur dann reduziert sich Gleichung 13 auf die folgende:

$$s \frac{d^2 x_1}{dt^2} \sum \frac{L}{Q} + E' x_1 = 0,$$

die mit der Frank'schen identisch ist. In allen anderen Fällen aber, insbesondere auch in denjenigen, auf die Frank seine Gleichung 10 angewendet hat, ist die Frank'sche Differentialgleichung unrichtig, was infolge seines falschen Raisonnements nicht wunderbar ist. Dass Frank auf Grund seiner Überlegungen überhaupt zu einer Gleichung gekommen ist, die wenigstens in einem Spezialfalle richtig ist, beruht offenbar auf einem glücklichen Zufall.

Grundsätzlich fallen damit die Konsequenzen, die Frank aus seiner Gleichung für die Konstruktion von Manometern gezogen hat. Ich sage grundsätzlich deshalb, weil ich die Möglichkeit nicht leugnen will, dass annähernd die Lösung von Gleichung (13) mit derjenigen von (10) übereinstimmt. In Strenge ist dies nicht der Fall, und der Nachweis, dass annähernd seine Resultate vielleicht bestehen bleiben können, ist natürlich Sache von Frank. Ich begnüge mich hier mit dem Nachweise, dass die mit so grosser Zuversichtlichkeit von Frank aufgestellten Behauptungen mit Reserve aufzunehmen sind.

Die Differentialgleichung (13) hat folgende Gestalt:

$$A \frac{d^2x}{dt^2} + Cx = 2B\left[x\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{1}{2}\left(\frac{dx}{dt}\right)^2\right],$$

oder, wenn wir in Zukunft die Differentiationen durch Striche bezeichnen:

$$Ax'' + Cx = 2B\,(xx'' + \tfrac{1}{2}x'^2) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (14)$$

Diese Differentialgleichung tritt, nebenbei bemerkt, auch auf bei den Schwingungen einer Flüssigkeit in einer U-förmigen Röhre mit ungleichem Querschnitt in beiden Schenkeln[1]).

Gleichung (13) lässt sich nicht in geschlossener Form integrieren, sondern liefert eine unendliche Reihe von trigonometrischen Funktionen. Da diese Differentialgleichung in mancher Hinsicht von Interesse ist, so deute ich im folgenden den Gang der Integration an. Bezeichnen wir die Anfangsamplitude mit c, und setzen fest, dass für

$$t = 0 : x = c \text{ und } x' = 0 \text{ sein soll} \quad . \quad . \quad . \quad (15)$$

so lässt sich nach einem von Poincaré[2]) bewiesenen Satze x in eine Potenzreihe von c entwickeln, die für hinreichend kleine Werte von $|c|$ konvergent ist:

$$x = c\varphi_1(t) + c^2\varphi_2(t) + c^3\varphi_3(t) + \cdot \cdot \cdot \cdot \cdot \quad . \quad . \quad (16)$$

Setzt man diese Reihe ein, so folgt:

$$A\left\{c\varphi_1'' + c^2\varphi_2'' + \cdot \cdot \cdot\right\} + C\left\{c\varphi_1 + c^2\varphi_2 + \cdot \cdot \cdot\right\} =$$
$$2B\left\{c^2\varphi_1\varphi_1'' + c^3(\varphi_2\varphi_1'' + \varphi_1\varphi_2'') + \cdot \cdot \cdot\right\}$$
$$+ B\left\{c^2\varphi_1'^2 + 2c^3\varphi_1'\varphi_2' + \cdot \cdot \cdot\right\};$$

1) D. h. bei dem von Frank sogen. Gravitationsmanometer; auch hier ist die Frank'sche Differentialgleichung unrichtig —, und sein Anspruch (Theorie der Gravitationsmanometer. Zeitschr. f. Biol. Bd. 54 S. 33), die Theorie auf variable Querschnitte erweitert zu haben, hinfällig.

2) Poincaré, Mécanique céleste t. 1 p. 58. Vgl. auch Picard, Traité d'Analyse t. 3 p. 157. — J. Horn, Zeitschr. f. Math. u. Physik Bd. 47 S. 400 ff. 1902.

durch Gleichsetzen der Koeffizienten gleicher Potenzen von c auf beiden Seiten folgt für das System der φ:

$$\left.\begin{aligned} & A\,\varphi_1'' + C\varphi_1 = 0, \\ & A\,\varphi_2'' + C\,\varphi_2 = 2\,B\,\varphi_1\,\varphi_1'' + B\varphi_1'^2, \\ & \cdots\cdots\cdots\cdots \end{aligned}\right\} \quad . \; . \quad (17)$$

Dazu tritt infolge der Anfangsbedingungen (15):
Für $t = 0$:

$$\left.\begin{aligned} & \varphi_1(0) = 1,\; \varphi_2(0) = \varphi_3(0) = \cdots \varphi_n(0) = 0, \\ & \varphi_1'(0) = \varphi_2'(0) = \varphi_3'(0) \cdots = 0. \end{aligned}\right\} \quad . \quad (18)$$

So ergibt sich für φ_1:

$$\varphi_1 = \cos n_0 t, \text{ wenn } n_0 = \sqrt{\frac{C}{A}} \text{ gesetzt wird.}$$

Daraus folgt für φ_2 die Gleichung nach (17):

$$\varphi_2'' + n_0^2\varphi_2 = -\frac{2\,B n_0^2}{A}\cos^2 n_0 t + \frac{B}{A}\,n_0^2 \sin^2 n_0 t,$$

oder, unter Benutzung der bekannten trigonometrischen Formeln:

$$\cos^2\xi = \tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{2}\cos 2\,\xi$$
$$\sin^2\xi = \tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2}\cos 2\,\xi$$

ergibt sich endlich:

$$\varphi_2'' + n_0^2\,\varphi_2 = -\frac{B}{2\,A}\,n_0^2 - \frac{3\,B}{2\,A}\,n_0^2\cos 2\,n_0 t,$$

als deren Lösung sich unter Berücksichtigung der Anfangswerte nach (18) ergibt:

$$\varphi_2 = -\frac{B}{2\,A}\left\{1 - \cos 2\,n_0 t\right\}$$

und so fort. Es ergibt sich also in erster Näherung:

$$x = c.\cos n_0 t - c^2\,\frac{B}{2\,A}\left\{1 - \cos 2\,n_0 t\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (19)$$

Man erkennt also, dass neben der Grundschwingung auch noch die Oktave u. s. w. auftreten, und man sieht ohne weiteres, dass die resultierende Schwingung viel komplizierter ist, als Frank es vermutete. Ich halte es nicht für ausgeschlossen, dass ein Teil der Abweichungen von der Frank'schen Theorie, die Hürthle festgestellt hat, darauf beruht. Andererseits möchte ich aber betonen, dass sicher nicht alle Ergebnisse Hürthle's sich durch die hier entwickelte Theorie erklären lassen. Vielmehr glaube ich, dass gerade bei grossen Eigenschwingungszahlen, d. h. dann, wenn die Manometer brauchbar sind, überhaupt die einfachen Voraussetzungen,

dass die Flüssigkeit sich als Ganzes bewegt, und dass der Widerstand proportional der Geschwindigkeit ist, nicht mehr stichhaltig sind. Man kann, ohne ein Prophet zu sein, voraussagen, dass bei Berücksichtigung aller dieser Umstände, die Aufstellung einer exakten Theorie mathematisch hoffnungslos ist, und ich möchte daher nochmals mit Nachdruck betonen, dass das Experiment bei dem heutigen Stande der Dinge mir das einzige Mittel zu sein scheint, das zur Konstruktion eines brauchbaren Instrumentes führen kann.

§ 3.

Ein klassisches Beispiel dafür, zu welch' falschen Folgerungen eine unrichtig interpretierte Theorie führen kann, ist die Geschichte der Frage der Dämpfung der Manometer. Während die Praxis [Fick[1]), Hürthle[2])] sich dafür entschieden hat, grosse Dämpfungen am Manometer anzubringen, hat man aus der Theorie schliessen zu können geglaubt, dass die Dämpfung möglichst klein sein müsse. Und zwar stützt sich diese Meinung auf einen Satz einer Abhandlung Mach's[3]): „zur Theorie der Pulswellenzeichner"; aus dieser Abhandlung hat auch Frank[4]) diese Anschauung übernommen.

Der erwähnte Satz lautet folgendermaßen:

„Wenn man in Erwägung zieht, dass auch der kleinste Widerstand nach und nach jede Spur selbst eines ungünstigen Anfangszustandes (d. h. des Einflusses der Eigenschwingungen; Zusatz von mir) vernichten wird, so muss man sich dafür entscheiden, dass man einen Wellenzeichner . . . . mit möglichst geringem Widerstande zu konstruieren habe."

Dieser Satz ist vollkommen richtig, und doch ist die obenerwähnte Folgerung aus demselben falsch; denn man hat übersehen, dass Mach ihn unter der Voraussetzung ausspricht, dass die äussere Kraft eine stetige Funktion der Zeit darstelle. Dieser Sachverhalt geht insbesondere aus den Worten seines obigen Satzes hervor, dass „nach und nach" der Einfluss der Eigenschwingungen erlösche. Dass in der Tat, wenn

---

1) Fick, Med. Physik, 2. Aufl., S. 131. 1866.

2) Hürthle, Pflüger's Arch. Bd. 47 S. 8. 1890.

3) Mach, Sitzungsber. d. Wiener Akademie, math.-naturw. Klasse Bd. 46 Abt. 2 S. 163. 1862.

4) Frank, Kritik S. 571.

man als äussere Kraft eine stetige Funktion der Zeit wählt, der Mach'sche Satz richtig ist, lässt sich sehr einfach zeigen.

Es sei gegeben die Differentialgleichung eines gedämpft schwingenden Massenpunktes unter der Wirkung einer stetigen Kraft $\sum_{\lambda}^{1,n} A_\lambda \cos p_\lambda t$

$$m x'' + k x' + a^2 x = \sum_{\lambda}^{1,n} A_\lambda \cos p_\lambda t \; . \quad . \quad . \quad . \quad (20)$$

Das allgemeine Integral dieser Gleichung (d. h. die registrierte Kurve) lautet dann:

$$x = \sum_{\lambda}^{1,n} B_\lambda \cos (p_\lambda t - \psi_\lambda) + \alpha e^{-\frac{k}{2m} t} \cos \left(\sqrt{\frac{a^2}{m}} t - \delta \right) \quad (21)$$

wo α und δ die aus dem Anfangszustand zu bestimmenden Integrationskonstanten sind; B_λ und ψ_λ haben folgende Werte:

$$\left. \begin{aligned} B_\lambda &= \frac{A_\lambda}{m \sqrt{(n_0{}^2 - p_\lambda{}^2)^2 + \frac{k^2 \, p_\lambda{}^2}{m^2}}} \cdot \left(n_0{}^2 = \frac{a^2}{m} \right) \\ \text{tang } \psi_\lambda &= \frac{k p_\lambda}{m \, (n_0{}^2 - p_\lambda{}^2)} \end{aligned} \right\} \; . \quad (22)$$

Man erkennt, dass für $k \neq 0$, wie klein es auch gewählt sei, das zweite Glied wegen des Exponentialfaktors „nach und nach" verschwinden muss. Es verschwindet um so rascher, je grösser die Dämpfung ist. Nehmen wir nun eine hinreichend lange Zeit als verflossen an, so haben wir es nur mit dem ersten Gliede zu tun, welches die erzwungenen Schwingungen darstellt:

$$x = \sum_{\lambda}^{1,n} B_\lambda \cos (p_\lambda t - \psi_\lambda) \; . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (21\,\text{a})$$

Hier setzt nun die Frage Mach's ein: Wie gross muss k gewählt werden, damit die Form der registrierten Kurve, die durch die letzte Gleichung ausgedrückt wird, (abgesehen von etwaigen nicht störenden konstanten Faktoren) möglichst identisch wird mit der zu registrierenden äusseren Kraft $\Sigma A_\lambda \cos p_\lambda t$?

Unter der stets zu machenden Voraussetzung, dass n_0 sehr viel grösser als alle p_λ ist, erkennt man, dass es hier am günstigsten sein muss, k möglichst nahe an 0 zu wählen. Denn dann ist nach der Gleichung (22):

$$\text{tang } \psi_\lambda = 0, \text{ d. h. } \psi_\lambda = 0;$$

$$B_\lambda = \frac{A_\lambda}{m (n_0{}^2 - p_\lambda{}^2)},$$

oder, da $p_\lambda{}^2$ gegen $n_0{}^2$ vernachlässigt werden kann:

$$B_\lambda = \frac{1}{m. n_0^2} A_\lambda ;$$

die Faktoren B_λ sind also bis auf den konstanten Faktor $\frac{1}{m. n_0^2}$ identisch mit den A_λ, und die registrierte Kurve ist das verkleinerte oder vergrösserte, aber treue Abbild der zu registrierenden.

Der Mach'sche Satz ist also richtig.

Der Fehler der erwähnten Schlussfolgerung liegt darin, dass die Blutdruckkurven unstetige oder nahezu unstetige Funktionen der Zeit sind.

Um den wesentlichen Unterschied zwischen diesen beiden Fällen einzusehen, beachte man folgendes: Der Einfluss der Dämpfung ist von doppelter Art. Erstens vernichtet sie mit der Zeit den störenden Einfluss der Eigenschwingungen, und zwar um so schneller, je grösser sie ist. Zweitens entstellt die Dämpfung das Glied, welches die erzwungene Schwingung darstellt, und zwar um so mehr, je grösser sie ist. Im Falle einer zeitlich stetigen Kurve hat man nun immer so lange Zeit zu warten, bis die Eigenschwingungen erloschen sind. Für die Beurteilung der Wirkung der Dämpfung kommt dann nur noch das erste Glied, welches die erzwungenen Schwingungen darstellt, in Betracht. Dies ist jedoch offenbar nur ein ganz spezieller Fall. Denn wenn man nicht Zeit hat, so lange zu warten, bis die Eigenschwingungen erloschen sind, sondern wenn es gerade auf eine gute Registrierung zu Anfang ankommt, so hat man bei der Beurteilung der Dämpfungswirkung die beiden Effekte derselben in Rechnung zu setzen, von denen der eine (Unterdrückung der Eigenschwingungen) günstig, der andere aber (Entstellung der erzwungenen Schwingungen) ungünstig für die Treue der registrierten Kurve ist. Aus diesen gegen einander wirkenden Folgen der Dämpfung ergibt sich, dass ein gewisser Wert derselben ein Optimum darstellt.

Bei der Aufnahme von Blutdruckkurven ist man nun in der Tat nicht in der Lage, das Absterben der Eigenschwingungen abzuwarten, die vielmehr bei jedem Stosse aufs neue einsetzen[1]).

1) Der Grund hierfür ist ziemlich kompliziert, und die Theorie bedürfte einer zwar durchführbaren, aber nicht ganz einfachen Erweiterung, um diese Erscheinung wiederzugeben.

In Fig. 3a ist z. B. eine schematisierte Blutdruckkurve gezeichnet, die vom Manometer registriert werden soll. Hier kommt es offen-



Fig. 3.

bar darauf an, die Gestalt der Kurven an den Ecken *a*, *b*, *c*, *d* genau zu kennen. An der Ecke *b* sowohl wie an der Ecke *d* ent-

stehen aber jedesmal von neuem Eigenschwingungen, die also zur Erreichung des gewünschten Zweckes sofort unterdrückt werden müssen, was eine hinreichend grosse Dämpfung erfordert.

In Fig. 3b ist eine Kurve gezeichnet von einem möglichst ungedämpften Manometer, die eigentlich mit Fig. 3a identisch sein soll. Man erkennt, wie kolossal die Entstellungen durch die Eigenschwingungen hier sind. Würde man mit diesem Manometer unstetige Druckschwankungen von unbekannter Form registrieren, so würde man aus der registrierten Kurve so gut wie nichts über den wahren Druckverlauf entnehmen können.

Dagegen ist in Fig. 3c die von demselben Manometer registrierte Kurve aufgezeichnet, nachdem eine geeignete Dämpfung in dasselbe eingeführt worden ist. Ein Kommentar ist hier überflüssig; die drei Kurven beweisen schlagender als alle theoretischen Auseinandersetzungen, dass durch Einführung einer geeigneten Dämpfung die Leistungsfähigkeit der Manometer gesteigert wird.

§ 4.

In einer Erwiderung auf die Kritik von Nicolai und Schlick erwähnt Frank[1]) mehrfach eine in den Annalen der Physik von ihm veröffentlichte Abhandlung[2]): „Über die Analyse endlicher Dehnungen und die Elastizität des Kautschuks“, in der er gezeigt zu haben behauptet, dass unter Umständen eine Ausdehnung der Lehren der Elastizitätstheorie auf endliche Deformationen möglich sei, ein Resultat, das er erst durch „neue, verwickelte Überlegungen“ erreicht habe.

Frank's Überlegungen sind etwa folgende: Das Hooke'sche Gesetz der Elastizitätslehre spricht die Proportionalität zwischen Deformation und deformierender Kraft aus. Es handele sich z. B. um die Längsdehnung eines Stabes, dessen ursprüngliche Länge L, dessen Querschnitt Q, und dessen Elastizitätsmodul E sei. P bezeichne das angehängte Gewicht, λ die durch dasselbe hervorgebrachte Verlängerung des Stabes. Dann wird das Hooke'sche Gesetz gewöhnlich so formuliert:

$$E\frac{\lambda}{L}=\frac{P}{Q} \qquad \ldots\ldots\ldots \quad (23)$$

1) O. Frank, Zeitschr. f. Biol. Bd. 50 S. 283. 1908.
2) O. Frank, Ann. d. Physik Bd. 4 S. 602. 1906.

Die experimentelle Prüfung dieser Formulierung hat jedoch ergeben, dass sie nur für sehr kleine Deformationen, streng genommen nur für unendlich kleine, ausreicht. Ferner ist zu beachten, dass bei der Dehnung des Stabes gleichzeitig eine Kontraktion des Querschnitts eintritt, die in der obigen Formel vernachlässigt ist. Auf experimentellem Wege hat man gefunden, dass an Stelle der Gleichung (23) die folgende empirische zu treten hat:

$$\lambda = \alpha P + \beta^2 P^2 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (24)$$

Diese sagt aus, dass die Verlängerung rascher zunimmt wie die angehängten Gewichte.

Frank hat nun den an sich ganz richtigen Gedanken gehabt, das Hooke'sche Gesetz für unendlich kleine Verlängerungen unter gleichzeitiger Berücksichtigung der Querkontraktion anzusetzen, die erhaltene Differentialgleichung zu integrieren und so zu einer streng richtigen Beziehung für endliche Deformationen zu gelangen.

Gegeben sei ein Stab von der ursprünglichen Länge x_0 und dem ursprünglichen Querschnitt $q_0 = y_0 z_0$.

Dann setzt Frank richtig an:

$$E \frac{dx}{x} = \frac{dP}{q} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (25)$$

Diese Gleichung ist offenbar das Hooke'sche Gesetz für unendlich kleine Deformationen. Für die Querkontraktion gilt ebenso

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy}{y} &= -\mu \frac{dx}{x} \\ \frac{dz}{z} &= -\mu \frac{dx}{x} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (26)$$

wo μ den sogenannten Poisson'schen „Querkontraktionskoeffizienten" bezeichnet. Die Integration der letzten Gleichung zwischen den Grenzen x_0 und x, y_0 und y, z_0 und z ergibt:

$$\left.\begin{aligned} y &= y_0 \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\mu} \\ z &= z_0 \left(\frac{x_0}{x}\right)^{\mu} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (27)$$

und durch Multiplikation derselben

$$q = q_0 \left(\frac{x_0}{x}\right)^{2\mu} \quad \ldots\ldots\ldots \quad (28)$$

Dieser Wert von q lässt sich etwas vereinfachen. Denn setzt man $x = x_0 + \lambda$, wo λ die Verlängerung ist, so kann man schreiben:

$$\frac{q}{q_0} = \left(1 + \frac{\lambda}{x_0}\right)^{-2\mu} = 1 - 2\mu\frac{\lambda}{x_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (29)$$

und durch Einführung des Wertes von λ in die letzte Gleichung erhält man:

$$q = q_0\left(1 + 2\mu - 2\mu\frac{x}{x_0}\right);$$

setzt man hier zur Abkürzung:

$$1 + 2\mu = \gamma, \quad \frac{2\mu}{x_0} = \delta,$$

so hat man endlich: $q = q_0(\gamma - \delta x)$ . . . . (30)

Durch Einsetzen dieses Wertes von q in Gleichung (25) erhält man die gewünschte Differentialgleichung:

$$E\frac{dx}{x} = \frac{dP}{q_0(\gamma - \delta x)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (31)$$

welche integriert liefert:

$$\gamma \log\frac{x}{x_0} - \delta(x - x_0) = \frac{P}{Eq_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

Hierfür kann man schreiben, wenn man die Verlängerung λ einführt:

$$\gamma \log\left(1 + \frac{\lambda}{x_0}\right) - \delta\lambda = \frac{P}{Eq_0}$$

oder, unter Benutzung der Reihenentwicklung für den Logarithmus:

$$\gamma\left\{\frac{\lambda}{x_0} - \frac{\lambda^2}{2x_0^2} \cdots\right\} - \delta\lambda = \frac{P}{Eq_0}$$

oder endlich:

$$\frac{\lambda^2}{x_0^2} - \frac{2}{\gamma}(\gamma - x_0\delta)\frac{\lambda}{x_0} = -\frac{2P}{Eq_0\gamma}$$

Hieraus ergibt sich für die Verlängerung folgendes Gesetz:

$$\left.\begin{aligned} \lambda &= \frac{x_0}{Eq_0}P + \frac{\gamma x_0}{2q_0^2E^2}P^2 \\ \lambda &= AP + BP^2\,{}^{1)} \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (32)$$

oder abgekürzt: (siehe zweite Zeile)

d. h. eine Gleichung von der experimentell gefundenen Form (24). Es sieht also so aus, als ob Frank hier eine theoretische Begründung der empirischen Gleichung (24) gegeben hätte. Dies ist indessen nicht der Fall, wie ich im folgenden auseinandersetzen werde. Nebenbei möge bemerkt werden, dass ich selbst diese auf der Hand

1) Da Frank in Gleichung (28) den exakten Ausdruck beibehält, so sieht seine Schlussgleichung etwas anders aus als (32); ich habe wegen der unten folgenden Anwendung diese Darstellung vorgezogen.

liegende Entwicklungen bereits im Jahre 1902 gemacht und 1904 in einem Vortrage vor der naturwissenschaftlichen Sektion der Schlesischen Gesellschaft für vaterländische Kultur mitgeteilt habe. Ich habe denselben nicht weiter veröffentlicht, weil ich mich überzeugt habe, dass diese Formeln unbrauchbar sind. Zu demselben Resultat ist kürzlich auch F. A. Schulze[1]) in einer vortrefflichen Abhandlung gelangt. Man kann die von Frank erhaltene Gleichung (32), wie dies F. A. Schulze und auch ich getan haben, einer sehr genauen Prüfung unterwerfen an Hand der Versuche von J. O. Thompson[2]), die unter Leitung von F. Kohlrausch schon vor etwa 20 Jahren angestellt worden sind. Diese Versuche beziehen sich auf die Verlängerung von 22 m langen Drähten und sind mit grösster Sorgfalt ausgeführt. Prüft man an dessen experimentellen Resultaten die Frank'sche Gleichung, so ergibt sich, dass die experimentell gefundene Abweichung vom Hooke'schen Gesetz etwa 1000 mal grösser ist als die nach der Frank'schen Gleichung berechnete.[1]) Diese letztere ist in dem speziellen Fall von J. O. Thompson's Versuchen sogar kleiner als die Beobachtungsfehler. Damit dürfte die Unbrauchbarkeit der Frank'schen Gleichung schlagend nachgewiesen sein.

Zwei Fragen bleiben noch zu erledigen: Wie kommt es zunächst, dass Frank seine Gleichung am Kautschuk experimentell bestätigt finden konnte? Da Frank keine hinreichenden Details über die Anstellung der Experimente angibt, so kann ich keine speziellen Gründe für diesen Widerspruch angeben, sondern nur einen allgemeinen. Es ist der folgende: Kautschuk ist ein Material mit so schlechten elastischen Eigenschaften, dass man es zu einer exakten Prüfung der kleinen Abweichungen vom Hooke'schen Gesetz überhaupt nicht verwenden kann. Das sieht man auch aus Frank's Angaben über den Elastizitätsmodul des Kautschuks: diese Zahlen differieren in maximo um 17 %. Noch grössere Schwankungen, nämlich um ca. 30 %, zeigen Frank's Werte des Querkontraktionskoeffizienten. Von einer allgemeinen Bestätigung der Frank'schen Gleichung durch diese Versuche kann also nicht die Rede sein.

---

1) F. A. Schulze, Ann. d. Physik Bd. 31 S. 1. 1910.

2) J. O. Thompson, Wiedemann's Ann. Bd. 44 S. 555. 1891.

3) Auch die Versuche von F. A. Schulze (l. c.) führen zum nämlichen Resultate.

Wichtiger und interessanter ist die zweite Frage: Die Ausgangsgleichungen (25) und (26) sind exakt richtig, da sie ja das Hooke'sche Gesetz für unendlich kleine Deformationen darstellen. Man sollte erwarten, dass auch die integrierten Gleichungen das exakte Gesetz für endliche Dehnungen darstellen. Wie kommt es mathematisch, dass dies nicht der Fall ist? Dies scheinbare Paradoxon löst sich durch die Beachtung folgenden Umstandes: Die hier im Text wiedergegebene Integration nach Frank ist unter der (stillschweigenden) speziellen Annahme durchgeführt worden, dass E konstant sei. Richtig und allgemein wäre es gewesen, von vornherein E als Funktion von x zu betrachten, — und dann kommt man nicht zur Frank'schen Gleichung.

Der Anspruch von Frank, im Falle der Dehnung das exakte Gesetz für endliche Deformationen gefunden zu haben, kann ihm demnach nicht zugebilligt werden.

